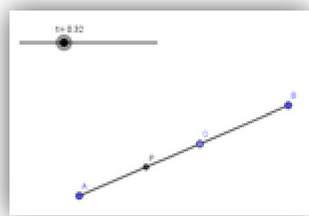
Atención: cada imagen enlaza con la correspondiente construcción de GeoGebra.

INFORMACIÓN TÉCNICA: PARAMETRIZACIONES

Este documento desarrolla y profundiza en la información recogida en la siguiente página del manual oficial de GeoGebra: https://wiki.geogebra.org/es/Comando_ParámetroSobreRecorrido.

LÍNEAS RECTAS

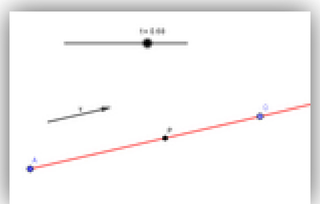
Segmento AB



Sea v el vector AB. Sea $t \in [0, 1]$. Un punto X(t) = A + t v del segmento AB tiene como parámetro asociado t, por lo que esa misma es la ecuación vectorial del segmento. Por tanto, el desplazamiento del punto viene dado por la función identidad f(t)=t y su velocidad por la función derivada constante f'(t)=1.

Obsérvese que X(0)=A y que X(1)=B.

Semirrecta que pasa por A con dirección y sentido los del vector v



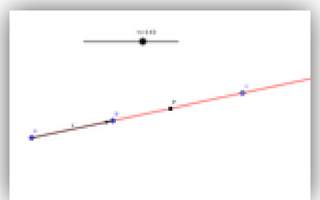
Sea f(t)=$\frac{t}{1-t}$, con $t \in [0, 1]$. Obsérvese que la imagen de f es $[0, +\infty)$.

Un punto X(k) = A + k v de la semirrecta, con $k \in \mathbb{R}$ y k>0, tiene como parámetro asociado $t = \frac{k}{k+1}$.

La ecuación vectorial correspondiente a $t \in [0, 1]$ es X(t) = A + f(t) v.

Por tanto, el desplazamiento del punto viene dado por la función f(t) y su velocidad por la función derivada f'(t).

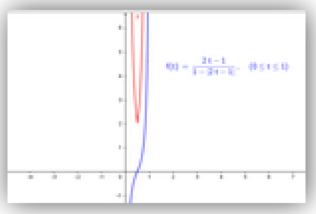
Semirrecta AB



Se toma como v el vector AB y se aplica lo anterior.

Obsérvese que X(0)=A, X(0.5)=B y que X(1) es infinito.

Recta que pasa por A con dirección v



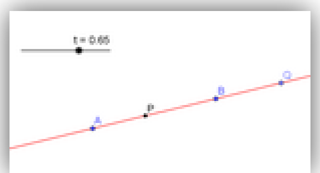
Sea f(t)=$\frac{2t-1}{1-|2t-1|}$, con $t \in [0, 1]$.

Obsérvese que la imagen de f es $\mathbb{R}$ y que f(0.5)=0.

Un punto X(k) = A + k v de la recta, con $k \in \mathbb{R}$, tiene como parámetro asociado $t = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{1+|k|} + 1\right)$.

La ecuación vectorial correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(t) = A + f(t) v. Por tanto, el desplazamiento del punto viene dado por la función f(t) y su velocidad por la función derivada f'(t).

Recta AB

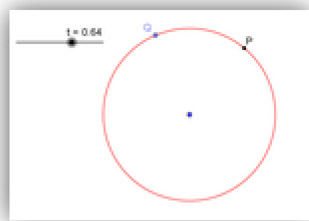


Se toma como v el vector AB y se aplica lo anterior.

Obsérvese que X(0) y X(1) son infinitos, X(0.5)=A y que X(0.75)=B.

CÓNICAS

Circunferencia de centro C y radio r



Sea f(t)=$(2t-1)\pi$, con $t \in [0,1]$.

Obsérvese que la imagen de f es $[-\pi,\ \pi]$.

Un punto X(α) = C + r (cosα, senα) de la circunferencia, con $\alpha \in (-\pi,\pi]$, tiene como parámetro asociado $t = \frac{\alpha+\pi}{2\pi}$.

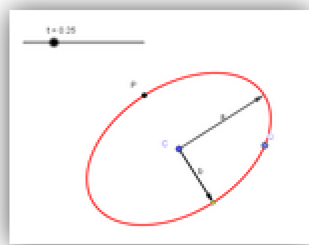
La ecuación paramétrica correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(t) = C + r (cos(f(t)), sen(f(t)).

Obsérvese que X(0) y X(1) corresponden a 180° y que X(0.5) corresponde a 0°.

Circunferencia de centro C que pasa por P

Se toma como r la distancia CP y se aplica lo anterior.

Elipse de centro C y semiejes los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ **($\vec{b} \perp \vec{a}$)**



Sea f(t)=$(2t-1)\pi$, con $t \in [0,1]$.

Obsérvese que la imagen de f es $[-\pi,\ \pi]$.

Un punto X(α) = C + $\vec{a}$ cosα + $\vec{b}$ senα, con $\alpha \in (-\pi,\pi]$, tiene como parámetro asociado $t = \frac{\alpha+\pi}{2\pi}$.

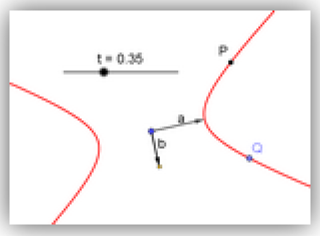
La ecuación vectorial correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(t) = C + $\vec{a}$ cos(f(t)) + $\vec{b}$ sen(f(t)). Los focos están en C $\pm \sqrt{a^2-b^2}\ \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$.

Obsérvese que X(0) y X(1) corresponden a C-$\vec{a}$, X(0.5)=C+$\vec{a}$, X(0.25)=C-$\vec{b}$ y X(0.75)=C+$\vec{b}$.

Elipse de focos F, F’ y semieje mayor el escalar a

Se toma C=(F+F’)/2, $\vec{a} = a\,\frac{\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{CF}|}$, $\vec{b} = \sqrt{a^2 - |\overrightarrow{CF}|^2}\,\vec{n}$, con $\vec{n} \perp \vec{a}$ / $|\vec{n}| = 1$, y se aplica lo anterior.

Hipérbola de centro C y semiejes los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ $(\vec{b} \perp \vec{a})$



Sea f(t)=$(2t-1)\pi$, con $t \in [0,1]$.

Obsérvese que la imagen de f es $[-\pi,\ \pi]$.

Un punto X(α) = C + $\vec{a}$ secα + $\vec{b}$ tgα, con $\alpha \in (-\pi, \pi]$, tiene como parámetro asociado $t = \frac{\alpha+\pi}{2\pi}$.

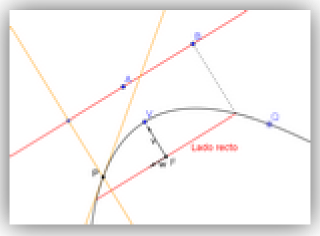
La ecuación vectorial correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(t) = C + $\vec{a}$ sec(f(t)) + $\vec{b}$ tg(f(t)).

Obsérvese que X(0) y X(1) corresponden a C-$\vec{a}$, X(0.5)=C+$\vec{a}$, y que X(0.25) y X(0.75) son infinitos.

Hipérbola de focos F, F’ y semieje mayor el escalar a

Se toma C=(F+F’)/2, $\vec{a} = a\,\frac{\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{CF}|}$, $\vec{b} = \sqrt{|\overrightarrow{CF}|^2 - a^2}\,\vec{n}$, con $\vec{n} \perp \vec{a}$ / $|\vec{n}| = 1$, y se aplica lo anterior.

Parábola de vértice V, eje de dirección $\vec{v}$ y distancia focal p



Sea f(t)=$\frac{2t-1}{1-|2t-1|}$, con $t \in [0,1]$.

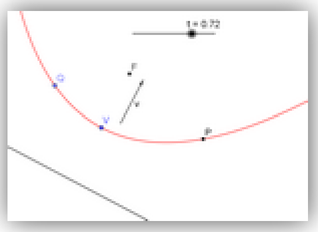
Obsérvese que la imagen de f es $\mathbb{R}$ y que f(0.5)=0.

Si $\vec{u}$ es el vector unitario correspondiente a $\vec{v}$ y $\vec{w}$ es el vector unitario normal a $\vec{v}$, entonces un punto X(k) = V + p k^2 $\vec{u}$ - 2p k $\vec{w}$ de la parábola, con $k \in \mathbb{R}$, tiene como parámetro asociado $t = \frac{1}{2}\left(\frac{k}{1+|k|} + 1\right)$.

La ecuación vectorial correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(t) = V + p f(t)^2 $\vec{u}$ - 2p f(t) $\vec{w}$.

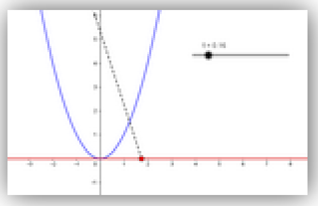
Obsérvese que X(0) y X(1) son infinitos y que X(0.5) corresponde al vértice V de la parábola.

Parábola de foco F y recta directriz r



Se toma p=Distancia(F,r)/2, $\vec{v}$ un vector unitario normal a r, el vértice $V = F - p\,\vec{v}$, y se aplica lo anterior.

FUNCIONES

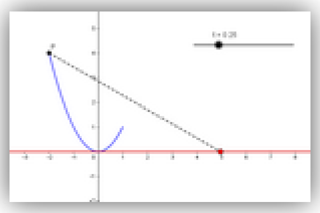


El punto (x, f(x)) de la gráfica de una función f evoluciona según se mueve x en el segmento AB, situado en el Eje X, donde la abscisa de A es la abscisa de la **Esquina(1)** (esquina inferior izquierda de la Vista Gráfica) y la abscisa de B es la abscisa de la **Esquina(2)** (esquina inferior derecha de la Vista Gráfica).

Si llamamos e_1=x(Esquina(1))+*inc* y e_2=x(Esquina(2))-*inc*, la ecuación paramétrica correspondiente a $t \in [0,1]$ es X(*t*) = (e_1+t(e_2-e_1),f(e_1+t(e_2-e_1)). El número *inc* es un pequeño valor de ajuste para permitir que el punto punta visualizarse en los extremos de la Vista Gráfica. Este valor depende del zoom al que hayamos sometido la Vista Gráfica; para la vista estándar, corresponde a 1/50.

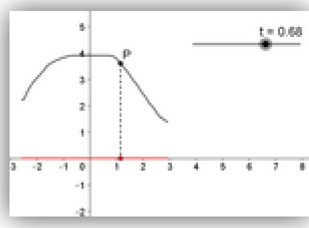
Como consecuencia de todo ello, el valor del parámetro *t* correspondiente a un punto de la gráfica de la función cambiará en cuanto se desplace o se haga zoom en la Vista Gráfica.

FUNCIONES DEFINIDAS EN UN INTERVALO



El punto (x, f(x)) de la gráfica de una función f definida en un intervalo [*a*, *b*] evoluciona como en el caso anterior, salvo que los valores del parámetro *t* que correspondan a valores de x menores que *a* quedan asignados al extremo *a* y los valores de t que correspondan a valores de x mayores que *b* quedan asignados al extremo *b*.

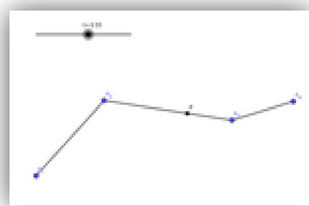
BOCETO (función creada con la herramienta *Figura a mano alzada*)



El punto (x, f(x)) de la gráfica de un boceto f (función) evoluciona según se mueve x en el segmento AB, situado en el Eje X, donde la abscisa de A es la abscisa del extremo izquierdo visible del boceto y la abscisa de B es la del extremo derecho visible.

Como consecuencia, el valor del parámetro *t* correspondiente a un punto de la gráfica del boceto puede cambiar en cuanto se desplace o se haga zoom en la Vista Gráfica.

LISTAS (incluye polígonos, poligonales y también bocetos creados con la herramienta *Lápiz*)



Como recorridos, los polígonos, las poligonales y los bocetos creados con el lápiz, son en realidad listas de segmentos. En cualquier lista de n elementos, a cada elemento se le asigna intervalos paramétricos de igual ancho 1/n, de modo que el parámetro *t* recorrerá el primer elemento variando en [0, 1/n), el segundo variando en [1/n, 2/n) y así sucesivamente.