



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**“Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria”**

# **LA GEOMETRIA DINÁMICA COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL DIBUJO**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

Presentado por:

**M<sup>a</sup> Teresa García Mangas**

Bajo la dirección de:

**Mario Fioravanti Villanueva**

**Junio, 2011**

**INDICE:**

1	INTRODUCCIÓN.....	2
	1.1 Objetivos planteados y estructura del trabajo:.....	4
2	JUSTIFICACIÓN.....	6
	2.1 Dificultades en la enseñanza de Dibujo Técnico.....	6
	2.2 Necesidad de cambios en la metodología.....	7
	2.3 Programas de Geometría Dinámica: .....	9
3	ESTADO ACTUAL.....	16
	3.1 Geometría y NNTT en el sistema educativo.....	16
	3.2 Geometría dinámica y NNTT en las aulas.....	19
	3.3 Geometría dinámica en Dibujo Técnico .....	21
4	ALGUNAS PROPUESTAS METODOLÓGICAS.....	31
	4.1 Planteamiento inicial .....	31
	4.2 Rafael Torres Buitrago .....	32
	4.3 Francisco Pérez Arribas .....	35
	4.4 Luis Pérez Vega.....	38
5	CONCLUSIONES .....	40
	5.1 Ejemplos ilustrativos.....	45
6	ANEXO .....	52
7	BIBLIOGRAFÍA:.....	57
	7.1 Tesis Doctorales:.....	57
	7.2 Trabajos publicados en revistas:.....	57
	7.3 Otros trabajos y ponencias:.....	58
	7.4 Audiovisuales: .....	62
	7.5 Páginas web:.....	62
	7.6 Programas de geometría dinámica: .....	64
	7.7 Legislación: .....	64

## 1 INTRODUCCIÓN

Las herramientas informáticas con que se cuenta en la actualidad sin duda suponen una excelente ayuda para los docentes. Por ejemplo, permiten ilustrar gráficamente la variación del comportamiento de algún objeto geométrico cuando se recorren los valores de cierto parámetro (algo que siempre acaba en un dibujo ininteligible cuando uno trata de hacerlo en la pizarra) (Morante y Vallejo, 2011).

El propósito de estas aplicaciones es intentar que incidan de forma directa en el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrolla en el aula, aunque debemos tener en cuenta que la utilización de estas herramientas debe ir acompañada de un cambio de metodología en la que los alumnos sean partícipes del propio proyecto (Real, 2009).

Los programas de Geometría dinámica han abierto nuevas posibilidades para la geometría escolar. La principal ventaja consiste en que las figuras dejan de ser estáticas, del papel saltan a la pantalla del ordenador. Ahora se nos presentan en forma de animaciones que nos permiten observarlas desde distintos puntos de vista e incluso nos permiten interactuar con ellas al modificar ciertas condiciones en el diseño y analizar qué es lo que ocurre (Mora, 2007).

Los cambios en la enseñanza de la geometría y por tanto del Dibujo Técnico son impuestos no sólo por las nuevas concepciones en los fundamentos de la geometría y por el empleo de metodologías apropiadas para la enseñanza, sino también por los cambios en las expectativas de la sociedad y por el cambio en las necesidades en los lugares de trabajo, unido al progreso de la ciencia y la tecnología. No se puede olvidar la creciente influencia de las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) en todos los aspectos de la vida humana. Los ordenadores actuales cada vez más asequibles y el software desarrollado, cada día más potente, nos permiten alcanzar unos niveles de visualización impensables en otro momento. La utilización de las TIC que permiten diseñar nuevos entornos educativos que nos permitan mejorar el aprendizaje del Dibujo Técnico, en particular de la

---

geometría y de la visión espacial, es un reto que no podemos ni debemos dejar pasar.

No es este el lugar ni el objeto del presente trabajo para reflexionar sobre la educación en sí, pero todos estaremos de acuerdo en que la enseñanza convencional no es perfecta y sí que la podemos y debemos mejorar. Digamos que desde sus orígenes hasta el día de hoy, los métodos educativos han variado muy poco, tal vez demasiado poco.

Es evidente que se sigue haciendo básicamente lo mismo en la mayoría de las clases de Dibujo Técnico de todos los centros. El profesor entra en clase, explica acompañado de la pizarra, tizas de colores y una cuerda, o en otros casos con unas diapositivas o transparencias o quizás reparte unas fotocopias del tema tratado. En suma es lo que se hace porque es lo que se ha conocido desde siempre, este esquema de enseñanza tradicional, aunque ciertamente venerable y repleto de bondades, resulta en ocasiones un fracaso. Muchos profesionales de la educación no logran transmitir el conocimiento a sus alumnos, y esta es una situación condenada a perpetuarse, si no se intenta innovar e introducir nuevas formas de entender la enseñanza. Partiendo de este hecho, hay que aproximarse a otras alternativas con la mente más abierta, y empleando las Nuevas Tecnologías como recurso didáctico.

La calidad de la educación del Dibujo Técnico puede y debe mejorarse de manera importante gracias a la utilización de herramientas didácticas como los programas de geometría dinámica. Para enfrentar este nuevo reto los profesores tienen que avanzar en la formación sobre el tema, diseñando y desarrollando situaciones didácticas dentro de un entorno interactivo, constituido fundamentalmente por una red informática y en el que la resolución de las actividades con programas como: CABRI, GEOGEBRA, REGLA Y COMPÁS, etc. constituyan el medio esencial de aprendizaje.

Algunos profesores objetan que lo que el alumno puede aprender a través del ordenador, también puede conseguirlo mediante métodos tradicionales; otros por el contrario, se muestran ciegamente partidarios de su uso generalizado. En mi opinión se trata de posturas demasiado radicales, no creo que deban ignorarse las posibilidades del ordenador como una

---

herramienta potente al servicio del proceso educativo, como tampoco creo en su uso como sustituto de la enseñanza tradicional.

Muchos profesionales del dibujo se han cuestionado el futuro de esta materia o similares. En ese sentido Ruiz Llamas y Sahagún Soto hacen la siguiente reflexión:

*“¿Son el dibujo y su disciplina una práctica condenada a ser relegada por la omnipotencia del dios de la máquina?, ¿realmente vale la pena aprender a percibir, a pensar y a proyectar a través de nuestros propios recursos – cerebro, ojo y mano- cuando alguien más rápido puede hacerlo por nosotros?”*

El ordenador no deja de ser una herramienta más a disposición de profesores y alumnos, y por supuesto tiene sus ventajas e inconvenientes. A lo largo de este trabajo, y tras el estudio y análisis de la utilización de programas de geometría dinámica en la enseñanza de Dibujo Técnico, trataré de averiguar dichas características.

### **1.1 Objetivos planteados y estructura del trabajo:**

Este trabajo se enmarca en la investigación sobre la integración de las nuevas tecnologías en la enseñanza secundaria como herramienta didáctica, en particular el uso de software de Geometría dinámica (SGD) en el contexto de Dibujo. Para este fin me planteo los siguientes objetivos:

- **Analizar la viabilidad y la conveniencia de usar, en el contexto del sistema educativo español actual, programas de Geometría Dinámica para la enseñanza del Dibujo.**

En el apartado 2 analizaré las dificultades que hasta ahora se hacen patentes en las aulas de dibujo y los posibles factores que las causan, aspectos que hacen necesario que se produzca un cambio en la metodología actual. Este cambio debe apoyarse en las posibilidades que nos dan las NNTT. Por eso, a continuación haré un breve estudio sobre los programas de Geometría dinámica y su viabilidad en la enseñanza de Dibujo.

En el apartado 3, una vez justificada la elección de este tipo de programas como herramientas a utilizar en las aulas de Dibujo, haré un análisis

---

general del estado actual. Primero observaré qué es lo que el sistema educativo español nos dice, y a continuación indagaré en los estudios realizados sobre este tipo de programas, tanto a nivel general como a nivel particular en el área de Dibujo.

- **Buscar propuestas y experiencias de utilización de programas de Geometría Dinámica para la enseñanza del Dibujo Técnico y la Educación Plástica y Visual.**

Después del proceso de búsqueda de trabajos realizados sobre la Geometría dinámica en el área del Dibujo, me centraré en algunas experiencias encontradas y expondré en el apartado 4, las metodologías planteadas por varios profesores en sus aulas con sus propias valoraciones.

- **Hacer una lectura crítica de estas propuestas.**

Tras la exposición de las metodologías en el apartado 5, concluiré sacando tanto aspectos positivos como problemas surgidos de la utilización de GeoGebra.

Es importante señalar que en cada una de las experiencias, junto a la utilización de GeoGebra como herramienta didáctica y aprovechando sus posibilidades, se emplea otra herramienta didáctica de actualidad, la plataforma virtual como método de trabajo interactivo. Las dos tendrán papeles independientes pero complementarios en el proceso de enseñanza.

Puesto que hasta ahora los programas de geometría dinámica han sido desarrollados por matemáticos, se plantea la posibilidad de analizar la viabilidad y posibilidad que presentan desde el punto de vista “de dibujantes”. Se podría hablar ya de un nuevo perfil de profesor guía y mentor del alumno unido a un nuevo currículo, de tal manera que se responda al momento actual en que se encuentra la enseñanza de Dibujo.

El interés del tema es ofrecer nuevas herramientas didácticas para mejorar la metodología utilizada en el proceso enseñanza-aprendizaje desarrollada en las aulas de Dibujo, y en consecuencia la calidad de la enseñanza en este área.

## 2 JUSTIFICACIÓN

### 2.1 Dificultades en la enseñanza de Dibujo Técnico.

Las materias de Dibujo Técnico I y II, situadas en los niveles de primero y segundo de Bachillerato respectivamente, están cursadas por alumnos con edad comprendida entre los 16 y 18 años normalmente. Estas materias se ofertan en dos de las tres modalidades del Bachillerato (Artes; Ciencias y Tecnología; Humanidades y Ciencias Sociales). Esto hace que los alumnos que acceden a estas materias sean muy diversos y heterogéneos, tanto en su formación anterior como en su capacidad.

Por lo que yo he observado en el IES donde he desarrollado las prácticas, existen dificultades para conseguir un nivel académico adecuado. Las causas pueden derivarse de distintos factores:

- Dificultad intrínseca del Dibujo Técnico. Sería recomendable tener aptitudes específicas, algunas veces las expectativas del alumno no son acordes con la dificultad de la materia.
- Forma de impartir las clases de Dibujo Técnico. No siempre se debe a la falta de preparación del profesorado o al desinterés, entran muchos factores en juego:
  - ✓ Temario amplio que lleva a una limitación del tiempo por explicación. El profesor no puede repetir la misma construcción en la pizarra.
  - ✓ La explicación se desarrolla mientras se dibuja en la pizarra. A veces la complejidad de la construcción no deja un resultado claro y el alumno se pierde en el mar de líneas, sin dejar opción al profesor a volver atrás o rectificar lo que ha construido.
  - ✓ Dificultad del profesor para explicar y dibujar a la vez, y más para el alumno para entender la explicación. El alumno termina con apuntes confusos e imprecisos, sin explicación escrita ni orden del proceso.

- Diferentes desarrollos cognitivos de los alumnos y sus distintas procedencias. Las metodologías deben contemplar la atención a la diversidad.
- La actitud con la que uno se enfrenta a un problema de dibujo puede ser causa de una dificultad para la resolución de dicho problema (miedo al fracaso, al ridículo, la apatía, etc.).

## **2.2 Necesidad de cambios en la metodología**

Durante el período de prácticas, he observado la práctica docente en el área de Dibujo. Este análisis, y la proyección de pensamiento hacia mi práctica futura, me hace pensar en que el uso de las TIC dentro del aula, puede ser un medio de mejora en la enseñanza de esta materia. Partiendo de los problemas reales y las dificultades encontradas en las aulas, los docentes debemos buscar soluciones y plantearnos la necesidad de un cambio. La introducción de las nuevas tecnologías es ya incuestionable en el momento en el que vivimos, y la Educación necesita un nuevo planteamiento metodológico en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por mi formación y durante el ejercicio de mi profesión, he tenido contacto con algún programa relacionado con el Dibujo Técnico como el Autocad o el 3D Studio Max. Hasta la llegada a este máster, y concretamente hasta cursar las asignaturas de la especialidad de Matemáticas, no había tenido oportunidad de conocer la existencia de programas de Geometría dinámica, ni siquiera sabía qué eran.

El contacto con alguno de estos programas, me ha llevado al convencimiento de que el camino para mejorar la práctica docente y la enseñanza del Dibujo, es utilizarlos como herramientas didácticas al servicio del profesor y del alumno.

En un primer momento, pensé que el Autocad era el programa ideal para facilitar la comprensión de esta materia. Olvidé darme cuenta que donde yo veía sólo ventajas, podían también existir varios inconvenientes.

Esto mismo ocurrió hace años con muchos profesores. Con el nacimiento de las NNTT y el desarrollo de las TIC, comenzaron a emplear

programas CAD en el entorno educativo, olvidando que se estaban empleando unas herramientas profesionales en el aula. El empleo de estos sistemas para la docencia del Dibujo Técnico plantea una serie de inconvenientes: tienen entornos complejos y problemas de usabilidad (gran cantidad de órdenes, menús e iconos, necesidad de configurar un entorno de trabajo,..), lo que conduce a que es más difícil manejar este sistema que resolver los propios problemas.

Hay que recordar que la informática debe ser una herramienta que ayude y guíe junto con el profesor, no debe ser un obstáculo. Por eso, cabe replantearse la correcta utilización de los sistemas informáticos de forma adecuada en la docencia del Dibujo. Los profesores debemos buscar aplicaciones que se adecúen al proceso de enseñanza-aprendizaje, buscando que los programas que se utilicen como soporte y apoyo en la docencia, sean más orientados a los alumnos. El software educativo debe estar orientado a ese fin.

En el trabajo “*GEOMETRICIDAD: Entorno asistido para el proceso enseñanza/aprendizaje en Expresión Gráfica*” (Alonso, Troncoso, Pérez y Moreira, 2005), los autores señalan las características de usabilidad que debería tener un programa orientado a la docencia del Dibujo Técnico:

1. Programa sencillo, con entorno simple y herramientas simples. El manejo del programa no es el objetivo en sí mismo, sino un medio de aprendizaje. (...)
2. Es imprescindible la existencia de niveles de usuario, de manera que según el usuario avanza en el conocimiento del dibujo, el programa facilite nuevas herramientas. (...)
3. Sería muy interesante que fuesen programas multiplataforma (Windows, Linux, Mac.) ya que extenderían su uso y permitirían evitar retenciones en su aplicación en distintos ámbitos y niveles. (...)
4. Teniendo en cuenta que estamos hablando de un entorno docente, sería deseable que se tratase de programas con licencia abierta ya que debemos entender que un recurso abierto facilitaría el aporte de distintos docentes y desarrolladores. (...)
5. El punto anterior implica que sea de bajo coste.

6. *Fácilmente personalizables, ampliables, programables, .. para que pueda crecer en capacidades según las necesidades que se planteen.*
7. *Bien documentados, con buenos manuales, (...)*
8. *(...) que los distintos niveles de privilegio adquiridos al avanzar en los conocimientos, según lo planteado en el punto dos, podieran, de forma controlada, ser desactivados de forma que obligaran a realizar una serie de ejercicios sin poder usar recursos avanzados con el objeto de repasar construcciones más elementales que podrían irse olvidando con el uso de opciones más complejas.*

Con estas características parecen haber descrito, con algunos matices, cualquier programa de geometría dinámica. Ya hemos hablado de los inconvenientes que plantean los sistemas de CAD en la enseñanza de la materia, así que bien se puede afirmar que los programas de geometría dinámica aportan un entorno más adecuado para los objetivos didácticos dentro de la enseñanza secundaria propuestos en el presente trabajo.

### **2.3 Programas de Geometría Dinámica:**

Tradicionalmente la geometría se ha beneficiado con la posibilidad de la experimentación. Todos recordamos con mayor o menor agrado más de una tarde pasada dibujando con ayuda de los instrumentos clásicos de dibujo: la regla y el compás. Por otro lado, pocos dudan del valor formativo del estudio de la geometría sintética, pero en nuestro tiempo donde las nuevas tecnologías lo invaden todo, parecía que este tipo de enseñanza pasaría a un segundo plano. No sólo no ha sido así, sino que las nuevas tecnologías proporcionan herramientas que pueden ayudar, potenciar y hacer evolucionar de un modo revolucionario la enseñanza de la geometría. Los procesadores geométricos son el primer paso en esa dirección (Costa, 2001).

Es necesario definir o concretar qué es un procesador geométrico. Es todo software que permite dibujar figuras en función de sus relaciones geométricas y no de su apariencia, sus construcciones son dinámicas, es decir, permiten interactuar (mover, modificar...) con las construcciones realizadas, haciendo que las relaciones geométricas se mantengan (Miranda, 2006).

De este modo se obtienen nuevas configuraciones de apariencia muy distinta pero que esencialmente son la misma. Esto hace que en las construcciones se tenga que cuidar como se crea cada elemento, no solo se dibujan sino que se definen objetos geométricos. De este modo el estudiante de geometría posee ahora un maravilloso medio para investigar en geometría, y esta posibilidad de movimiento y de tratamiento informático de objetos geométricos es lo que se conoce como geometría dinámica (Costa, 2001).

En los últimos años se ha ido constituyendo una amplia gama de procesadores geométricos de la más diversa índole. Los hay gratuitos y licenciados, algunos recientemente publicados y otros consolidados en el mercado; con funcionalidades propias de la geometría clásica y otros que integran elementos del álgebra y del cálculo, etc.

También existen estudios de análisis comparativos de los diferentes programas (Miranda, 2006), donde se analizan: manipulación de objetos, tipos de objetos, propiedades, construcciones incorporadas, etc., que nos presentan una manera muy rigurosa de valorar cada programa. El resumen de puntajes asignados por ítems, se elabora con el fin de dar una visión general de los aspectos más fuertes de cada software, con el fin de que los docentes consideren la realidad de cada programa atendiendo a necesidades particulares. La siguiente tabla responde a una comparativa de programas de Geometría Dinámica hecha por Miranda.

Resumen de puntajes							
	 Cabri	 Sketchpad	 Cinderella	 Geogebra	 RyC	 Geonext	 Kig
Manipulación de objetos	4	3	1	1	0	0	2
Tipos de objetos	9	7	6	9	6	8	10
Comprobación de propiedades	6	7	6	5	2	0	6
Construcciones incorporadas	11	11	7	14	2	8	19
Medición	8	8	6	7	4	4	6
Ecuaciones y coordenadas	6	5	3	8	0	3	7
Lugares geométricos (LG)	5	4	4	4	2	3	3
Macros y revisión de la construcción	3	4	1	3	1	1	3
Exportación a páginas Web	1	2	3	3	3	3	0
Formato y visualización de objetos	5	5	4	6	6	5	4
<b>Totales</b>	<b>58</b>	<b>56</b>	<b>41</b>	<b>60</b>	<b>26</b>	<b>35</b>	<b>60</b>

A continuación señalo algunas de las características de los distintos programas de geometría existentes, siguiendo como guía los análisis hechos por Miranda y mi propia búsqueda por Internet:

<p><b>CABRI II PLUS</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Simple y amigable interfaz.</li> <li>- Potentes funcionalidades.</li> <li>- Existe la versión 3D.</li> <li>- No permite crear páginas Web.</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac
	Versión actual	V 1.4.3 / V 1.4.5
	Tamaño	55,8 Mb / 2,5 Mb
	Licencia	Comercial / Demo
	Idioma	23 idiomas (Español)
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://www.cabri.com/">http://www.cabri.com/</a>

<p><b>SKETCHPAD</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dificultades en su interfaz, comandos condicionados.</li> <li>- Potentes funcionalidades.</li> <li>- Permite crear páginas Web.</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows
	Versión actual	V 5.03
	Tamaño	6,49 Mb
	Licencia	Comercial / Demo
	Idioma	Idiomas (Español)
	Plataforma	PC
	Web	<a href="http://www.dynamicegeometry.com/">http://www.dynamicegeometry.com/</a>

<p><b>CINDERELLA / CINDERELLA .2</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interfaz simple e intuitiva.</li> <li>- Potentes funcionalidades.</li> <li>- Permite manejar en paralelo la vista euclidiana, hiperbólica y esférica.</li> <li>- Permite crear páginas Web.</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac / Linux
	Versión actual	V 1.4 / V 2.6
	Tamaño	6,72 Mb
	Licencia	Software Libre / Comercial (Demo)
	Idioma	Idiomas (Español)
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://www.cinderella.de/">http://www.cinderella.de/</a>

<p><b>GEOGEBRA</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interfaz simple e intuitiva.</li> <li>- Potentes funcionalidades.</li> <li>- 3 Posibilidades: Vista gráfica/Vista Algebraica/Vista de hoja de cálculo</li> <li>- Versión <math>\beta</math> 3D en desarrollo</li> <li>- Permite crear páginas Web.</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac / Linux
	Versión actual	V 3.2 (2010)
	Tamaño	17,3 Mb (Java incluido)
	Licencia	Software Libre (gratis)
	Idioma	Idiomas (Español)
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://www.geogebra.org">http://www.geogebra.org</a>

<p><b>REGLA Y COMPÁS</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interfaz no tan amigable.</li> <li>- Potentes funcionalidades.</li> <li>- Permite crear páginas Web.</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac / Linux
	Versión actual	V 9.5
	Tamaño	6,00 Mb
	Licencia	Software Libre (gratis)
	Idioma	Español
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/">http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/</a>

<p><b>CARMETAL</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ampliación del programa Regla y Compás.</li> <li>- Facilidad de construcción con sus herramientas</li> <li>- Permite crear ejercicios de construcción (applets)</li> <li>- Se han incorporado construcciones en 3D</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac / Linux
	Versión actual	V 3.7.1
	Tamaño	15,7 Mb (Java incluido)
	Licencia	Software Libre (gratis)
	Idioma	Idiomas (Español)
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html">http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html</a>

<p><b>GEONEXT</b></p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>- Interfaz simple pero no tan</li> </ul>	Sistema Operativo	Windows / Mac / Linux
	Versión actual	V 1.73
	Tamaño	9,5 Mb

amigable como otras. – Cantidad razonable de funcionalidades. – Sintaxis asociada a XML (dificultad) – Permite crear páginas Web.	Licencia	Software Libre (gratuito)
	Idioma	26 Idiomas (Español)
	Plataforma	PC / Mac
	Web	<a href="http://geonext.uni-bayreuth.de">http://geonext.uni-bayreuth.de</a>

Antes de continuar, quiero matizar las diferencias entre el Dibujo Técnico y el Dibujo en Geometría. La principal diferencia se debe esencialmente, al hecho de que la Geometría es una disciplina matemática que aplica métodos matemáticos, es la gramática de este idioma. En cambio, el Dibujo Técnico es una disciplina técnica, donde se aplican procedimientos, sin necesidad de conocer o analizar su fundamento matemático, pero de gran utilidad práctica, es el lenguaje de la técnica. Con esto, quiero dejar claro el enfoque del uso que se hará de este tipo de programas en el área de Dibujo. En particular, la utilización se basará principalmente en la construcción geométrica y no en el álgebra.

Tras esta aclaración y después de haber instalado varios de los programas citados en la tabla (de los comerciales las versiones demo) he podido realizar trazados básicos, comprobar su “usabilidad” y valorar el más adecuado para el fin que necesito.

Dado que este programa lo utilizaré para moverme con alumnos, voy a eliminar los que no disponen de versión en español y los que presentan un interfaz complejo, que no se adaptan a los objetivos didácticos de la ESO y del Bachillerato, siendo por tanto CABRI II y GeoGebra los que más se ajustan a estas necesidades.

De entre ellos elijo GeoGebra por diferentes motivos:

- La existencia de profesores de secundaria de Dibujo que lo aplican en sus clases (Delgado Martín-Prat; Pérez Vega; Pérez Arribas).
- Tiene una estética muy amigable y atractiva, con una muy buena calidad en el sistema de navegación.

- Permite exportar figuras a la web con mucha facilidad: Característica que resultará de gran utilidad para llevar cualquier metodología fuera del aula.
- El aprendizaje de su manejo es muy sencillo (manual en pdf).
- Lenguaje adecuado para los alumnos: Interfaz de uso simple que da acceso a múltiples y potentes opciones.
- Adecuación a los objetivos que se buscan con la materia.
- Permite diferentes ritmos de trabajo.
- Permite el seguimiento de las acciones de los alumnos (protocolo de construcción).
- Es software libre, de código abierto (gratis): Ventaja de suma importancia.
- Se está desarrollando una versión  $\beta$  en 3D muy útil para los temas de visión espacial y sistemas de representación.

La razón de mi preferencia por usar software libre, es que en un instituto, difícilmente se va a disponer de los recursos necesarios para pagar cualquier tipo de licencia. Así lo señalan Morante y Vallejo en su artículo *“Software libre para el estudio de sistemas dinámicos”* cuando dicen:

*“..., la situación es que se invierte mucho tiempo y esfuerzo en la elaboración de materiales didácticos, prácticas, etc., por parte del personal en las universidades, tratando de «modernizar» la enseñanza de las matemáticas, pero ese esfuerzo no permea en el sistema educativo básico a través de los egresados de las universidades, porque un instituto de enseñanza media no dispone de los mismos recursos que una universidad”.*

### 2.3.1 Posibilidades didácticas

Los programas de geometría dinámica tienen una doble utilidad en el aula, por un lado el meramente expositivo en la pizarra digital o cañón proyector, y por el otro el práctico de los alumnos en clase donde pueden modificar ciertos parámetros en la construcción y comprobar los efectos de los cambios.

Para poder ver las posibilidades didácticas que puede generar el uso de programas de este tipo, es interesante ver la ponencia *“Algunas de las*

---

*posibilidades didácticas de GeoGebra en las aulas*” de las “II Jornadas de Integración de las TIC en la Enseñanza” (Sada, 2010). Señala la doble utilidad antes mencionada:

- PD (cañón o portátil): Como apoyo a explicaciones, para la visualización y corrección de ejercicios, como apoyo conduciendo las actividades, para visualizar figuras o para poder manipular e introducir variaciones en las figuras mostradas.
- Ordenadores en el aula: Se pueden realizar actividades guiadas para la construcción de figuras geométricas, actividades de reproducción, propuestas para manipular, observar, buscar la solución, describir, conjeturar, comprobar, investigar, etc. En definitiva, actividades para que sean los alumnos quienes hacen y aprendan más a partir de su experiencia que de lo que se les cuenta.

Ante estas utilidades que da GeoGebra dentro del aula, es necesario señalar una de las ventajas que ofrece este programa. La posibilidad de exportar ficheros en .html, va a hacer posible abrir su potencial didáctico fuera del aula por medio de tutoriales (Delgado Martín; Echevarría; Esparza Pastor), plataformas educativas (Pérez Vega), blogs (Pérez Vega; Del Águila Corbarán), páginas web (Pérez Arribas), etc.

Estas nuevas herramientas potenciarán el uso de GeoGebra, ayudando así a flexibilizar la metodología y a abrir las puertas de la enseñanza al exterior de los centros educativos. Como se verá más adelante, GeoGebra ha propiciado que los profesores de secundaria utilicen una metodología conjunta de GeoGebra dentro y fuera del aula.

### 3 ESTADO ACTUAL

#### 3.1 Geometría y NNTT en el sistema educativo.

Es bueno echar un vistazo a la legislación vigente de educación para considerar la “importancia” que da a la geometría dinámica y las NNTT en el aula. Señalo a continuación:

- En la Ley Orgánica de Educación 2/2006, de 3 de mayo, el artículo 35 sobre Principios pedagógicos en el Bachillerato dice:
  1. *“Las actividades educativas en el bachillerato favorecerán la capacidad del alumno para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo y para aplicar los métodos de investigación apropiados”.*
  2. *“Las Administraciones educativas promoverán las medidas necesarias para que en las distintas materias se desarrollen actividades que estimulen el interés y el hábito de la lectura y la capacidad de expresarse correctamente en público”.*
- Del mismo modo, en la Ley de Cantabria 6/2008, de 26 de diciembre, el artículo 42 sobre Principios pedagógicos en el Bachillerato dice:
  1. *“Las actividades educativas en el Bachillerato favorecerán la capacidad del alumno para aprender por sí mismo, para trabajar de forma cooperativa y para aplicar los métodos de investigación apropiados”.*
  2. *“La Consejería de Educación promoverá las medidas necesarias para que en las distintas materias se desarrollen actividades que estimulen, afiancen y profundicen el interés y el hábito de la lectura y la capacidad de expresarse correctamente en público, así como el uso y la integración de las tecnologías de la información y la comunicación”.*
- A nivel nacional, en el Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, dentro del Anexo I sobre “Competencias Básicas”, el punto 4 de tratamiento de la información y competencia digital dice:

*“...la competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van*

*apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos”.*

- Dentro del Anexo II “Materias de Educación Secundaria Obligatoria” en Matemáticas, en la Introducción dice:

*“La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas”.*

- Y de modo similar en Cantabria, el Decreto 57/2007, de 10 de mayo, dentro del Anexo I sobre “Competencias Básicas”, el punto 4 de tratamiento de la información y competencia digital dice:

*“...Ser competente en la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como instrumento de trabajo intelectual incluye utilizarlas en su doble función de transmisoras y generadoras de información y conocimiento. Se utilizarán en su función generadora al emplearlas, por ejemplo, como herramienta en el uso de modelos de procesos matemáticos, físicos, sociales, económicos o artísticos.”*

*“...la competencia digital comporta hacer uso habitual de los recursos tecnológicos disponibles para resolver problemas reales de modo eficiente. Al mismo tiempo, posibilita evaluar y seleccionar nuevas fuentes de información e innovaciones tecnológicas a medida que van apareciendo, en función de su utilidad para acometer tareas u objetivos específicos”.*

- A nivel nacional, en el Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre de 2007, dentro del Anexo I “Materias del Bachillerato” en Dibujo Técnico I y II en objetivos generales, la única mención que hay del empleo de las TIC aparece en el punto 10:

*“Interesarse por las nuevas tecnologías y los programas de diseño, disfrutando con su utilización y valorando sus posibilidades en la realización de planos técnicos”.*

- Y de igual manera en Cantabria, en el Decreto 74/2008, de 31 de julio, dentro del Anexo I “Materias de Bachillerato en Dibujo Técnico I y II, en el punto 9 que habla sobre los “objetivos” aparece:

*“Interesarse por las nuevas tecnologías y los programas de dibujo y de diseño, practicando y disfrutando con su utilización, y valorando sus posibilidades en la realización de planos técnicos y expresiones artísticas”.*

Con todo esto, se puede demostrar que, aunque en la legislación se menciona la geometría dinámica en el área de Geometría, no existe una invitación clara para los docentes, desde el marco legal, al empleo de programas de geometría dinámica o similares en la docencia del dibujo, ni se hace alusión alguna al uso dentro del aula, sólo existen menciones genéricas al empleo de las TIC.

En otros países europeos (Francia, Austria, Holanda, Suecia), el empleo de geometría dinámica es recomendable en todos los cursos de secundaria, incluso en Alemania, en algunos de los estados federales tiene un carácter obligatorio jugando un papel muy importante. En Finlandia no aparece en el Plan de estudios, sin embargo, disponen de un proyecto donde apoyan a los profesores que lo usen. (Mora, 2007).

En ese artículo, Mora habla de InterGeo como proyecto de la Unión Europea a realizar para los próximos 3 años (2007-2010). Explica cómo con su uso, se pretenden conseguir los siguientes objetivos:

- Obtención de un formato universal para la geometría dinámica en el que se favorezca el intercambio.
- Construcción de una biblioteca de contenidos con materiales prácticos que puedan servir de guía para el profesorado.
- Experimentar materiales y asesorar sobre la calidad de los contenidos.
- Organizar y poner en contacto a distintas comunidades.

En los trabajos “*El Proyecto Intergeo*” (González, Polo y Recio, 2009) y “*The Intergeo Project*” (Fioravanti y Recio, 2010), los autores describen las características del Proyecto y detallan cómo los profesores pueden aportar recursos, buscarlos y evaluarlos.

Actualmente sabemos que este Proyecto ha terminado y ha dejado como resultado el portal web con dirección <http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Main/>. En estos momentos [consulta: 17 de junio de 2011], la web cuenta con 3451 recursos, 1191 miembros, y 707 evaluaciones.

### **3.2 Geometría dinámica y NNTT en las aulas**

Para saber el estado y el uso de la geometría dinámica en las aulas, es indispensable conocer las investigaciones y trabajos ya realizados, qué recursos didácticos se utilizan, sus resultados, e indagar sobre lo publicado como punto de partida y reflexión inicial.

Comienzo consultando trabajos de investigación, tesis doctorales, etc., realizando búsquedas en lugares como Redined o Google Académico. Para ello utilizo como descriptores palabras como GeoGebra, Dibujo Técnico, geometría dinámica, procesadores matemáticos, procesadores geométricos, didáctica, etc. Los resultados encontrados han sido numerosos, pero hay que destacar que la mayoría de los trabajos de investigación están enfocados a las matemáticas, hecho que parece normal puesto que GeoGebra es un procesador geométrico.

En el momento en el que nos movemos, GeoGebra está comenzando a ser un programa puntero relacionado con temas de innovación educativa. Se puede decir que comienza a ser conocido por más profesionales, y que está enfocado a ser una potente herramienta didáctica en las aulas. Sin embargo, varias de las investigaciones vienen referidas a Cabri, que aunque no es el programa elegido para este trabajo, bien pueden ser utilizadas para considerar cualquier tipo de programa de geometría dinámica como herramienta didáctica idónea de aplicación en las aulas.

Algunos trabajos que proponen el uso de estos programas y además investigan sobre sus implicaciones didácticas en la geometría son:

---

- 
- El trabajo de investigación *“Un entorno de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO: actividades con Cabri”* (Murillo, 1999) y la posterior Tesis *“Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la Geometría en la ESO”* (Murillo, 2000). En ambas, a partir de la experiencia realizada con unos alumnos de 4º de la ESO, observa cómo el soporte informático puede favorecer para desarrollar la independencia de los alumnos, la atención individualizada y adaptada a necesidades diversas (enfermedad o distinto nivel de conocimiento). En cuanto a la metodología sí que considera necesario un tiempo de formación (para profesor y alumnado), pero señala que el material y la diversidad de oferta de actividades pueden ser mucho más motivadores que el sistema tradicional. Además, el hecho de utilizar este tipo de programas, facilita crear un entorno interactivo a distancia que posibilite otro tipo de enseñanza-aprendizaje. Esto podríamos enlazarlo con la posibilidad de crear blogs y/o webs, en las que se coloquen contenidos o ejercicios que posteriormente tengan que ser enviados por correo electrónico. En esta misma línea *“Un modelo de diseño interactivo como soporte y ampliación instruccional en la enseñanza de la Geometría en la E.S.O.”* (Fortuny; Murillo; Martín; Trevijano, 1999), también propone el diseño de un modelo interactivo de trabajo para la enseñanza de la Geometría de la ESO como nueva concepción de un aprendizaje más abierto que permita satisfacer necesidades diversas en el campo educativo y de la formación. Las herramientas telemáticas constituyen un recurso importante que favorece la interactividad entre profesores y alumnos.
  - *“De la calle al ordenador”* (Mora, 1997), en el que se habla de las posibilidades que el ordenador brinda a nuevas perspectivas de aprendizaje (en este caso se refiere a las matemáticas), fomentando el aprendizaje de la geometría dinámica frente a la estática del papel impreso, conectando esta área del conocimiento con la tecnología y posibilitando el carácter interactivo que proporcionan los programas de Geometría dinámica, que pueden ser utilizados para simular fenómenos reales. Estos efectos y cambios difícilmente se pueden conseguir con otros materiales.
  - Otros trabajos de investigación como *“Implementación del Software de Geometría dinámica en la enseñanza de la asignatura de Matemáticas y su*
-

*didáctica*” (Murillo, 2005), ponen de manifiesto cómo se puede integrar el uso de las TIC en un proceso educativo de matemáticas, diseñando metodologías y entornos multimedia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este trabajo se explica el ejemplo del desarrollo de una plataforma Web asociada a una asignatura de Matemáticas de la Universidad de La Rioja, en la que se introducen contenidos, ejercicios, criterios de evaluación y calificación, foros de discusión, correspondencia electrónica entre tutor-alumnos, etc. Esta metodología también puede ser válida para la asignatura objeto de este trabajo: el Dibujo Técnico. El Profesor Francisco Pérez Arribas así lo plantea en su web de la Universidad Politécnica de Madrid. Más adelante lo detallaré con más precisión.

- “*Algunas posibilidades didácticas de GeoGebra en las Aulas*” (Sada, 2010). Este profesor presenta en una ponencia, la variedad de posibilidades de GeoGebra como herramienta didáctica.

### **3.3 Geometría dinámica en Dibujo Técnico**

Como ya he comentado anteriormente, los resultados encontrados de trabajos de investigación acerca de GeoGebra son considerables. La mayor dificultad la he encontrado en intentar acotar la aplicación de la misma a la materia de Dibujo Técnico.

Creo que al igual que me ha ocurrido a mí, que he conocido el programa GeoGebra de manera un poco “accidental”, esto le puede haber pasado a otros muchos profesores de esta materia. En mi estancia en el Instituto durante el período de prácticas, GeoGebra o cualquier tipo de programa de geometría dinámica, no era conocido por ningún miembro del departamento de Dibujo. Sí lo era en cambio, entre profesores de matemáticas.

Como suele pasar, cada persona tendemos a llevar las cosas a nuestro terreno, y esto también ocurre con programas de estas características. Mientras que los compañeros de este Máster veían una clara aplicación didáctica en unidades de Geometría del currículo de Matemáticas, yo intuía una posible aplicación como herramienta en las clases de Dibujo Técnico o en la parte de Geometría de la materia de Educación plástica y visual.

Aunque es verdad que algunos de los trabajos encontrados están enfocados a la geometría más que al dibujo, tienen consideraciones que se pueden aplicar también al dibujo. Entre ellos destacan:

- La Tesis sobre *“El ordenador en la didáctica del Dibujo Técnico”* (Sánchez, 1996), en la que el autor hace referencia en sus conclusiones al uso del ordenador con el programa Autocad. Señala al ordenador como instrumento importante al servicio del dibujo a mano, a la vez que cuestiona varios temas: el tiempo que se invierte en enseñar el uso del programa, si existe o no cambio de aptitud en los alumnos, si realmente el ordenador sustituye algo, si no sería más conveniente replantearse la metodología en la enseñanza de la materia. Todas ellas son cuestiones que pueden verse contestadas utilizando otro tipo de programas para estos fines, como señalan en el trabajo *“GEOMETRICIDAD: Entorno asistido para el proceso enseñanza/aprendizaje en Expresión Gráfica”* los autores Alonso, Troncoso, Pérez y Moreira. Aquí enlazaría el trabajo que estoy realizando.
- La Tesis sobre la *“Utilización del ordenador para el desarrollo de la visión espacial”* (Lara, 2004), en la que la autora propone un cambio en la metodología de enseñanza en el área de Dibujo. Justifica la introducción del ordenador como refuerzo y no sustitución del profesor. Ve en este uso, un importante cambio y le parece un instrumento motivador, con el que el alumno tiene la posibilidad de experimentar sintiéndose protagonista de su aprendizaje y además ayuda de manera considerable en el razonamiento abstracto y en la visión espacial.
- *“Estudio sobre la influencia del Software de Geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas”* (Barroso, 2004). El autor presenta un breve informe comparando el uso de distintos recursos en el aprendizaje de la geometría. Se estudia la influencia del software en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas.
- *“La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado”* (Fortuny e Irazo, 2009). Los autores interpretan el comportamiento de unos estudiantes de Bachillerato Tecnológico en la resolución de problemas de geometría plana, analizando la relación entre el uso de GeoGebra y el lápiz y el papel. Demuestran la

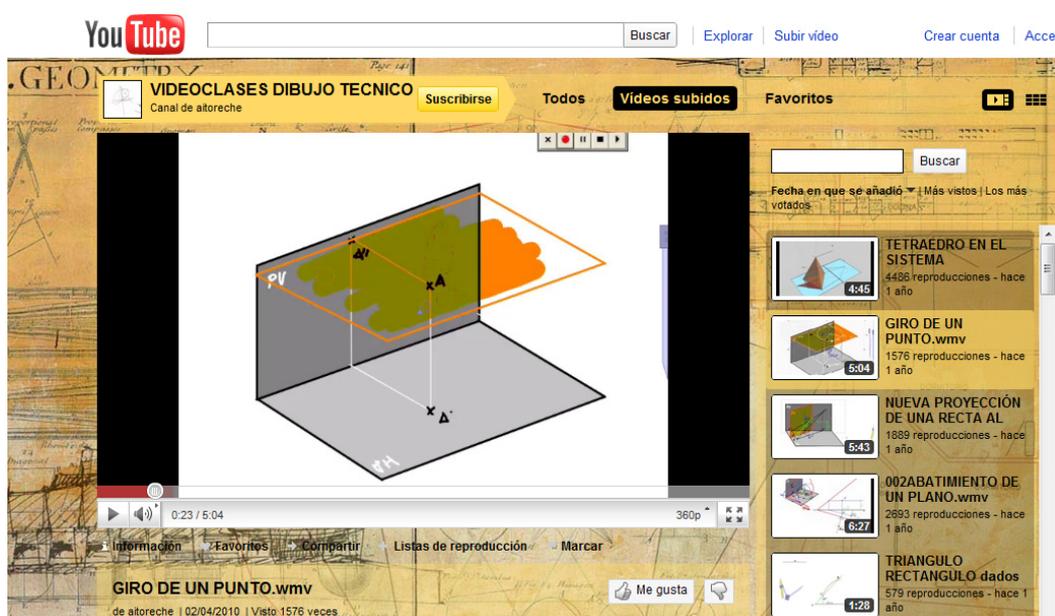
adquisición de conocimiento, visualización y pensamiento estratégico en el alumno, así como las pocas dificultades de los alumnos para manejar este programa, siempre señalando la importancia que tiene el papel de profesor como guía de este proceso.

- *“Gestión de la clase de Geometría utilizando Sistemas de Geometría Dinámica”* (González, 2001). La autora analiza los cambios que conlleva el uso de del software de geometría dinámica en la enseñanza desde la perspectiva de la actuación del profesor en el aula, a partir de distintos factores: condiciones de trabajo, formas de comunicación, modos de resolución de tareas y proposición de actividades. Este análisis se realiza a partir de la experiencia realizada con alumnos de Magisterio utilizando estos programas. El marco de aprendizaje constructivista en el que se inserta el uso de un SGD requiere un cambio del papel del profesor desde la postura de director de la clase y dispensador de información que tiene en un ámbito tradicional, hacia un papel de copartícipe, apoyo, co-aprendiz, facilitador y asesor en el progreso de los alumnos. Su actuación en el aula cuenta así con unas pautas generales en las que apoyarse: sugerir contraejemplos ante decisiones erróneas, animar al progreso y fomentar la autonomía del alumno.
- *“El proyecto Intergeo”* (González; Polo y Recio, 2009) y *“The Intergeo Project”* (Fioravanti y Recio, 2010). Aunque en ambos artículos se hace referencia al uso de este portal Web para las Matemáticas, creo que puede considerarse como ejemplo para la aplicación de cualquier profesor que quiera contribuir con nuevos recursos didácticos construidos con programas de geometría dinámica.
- *“Taller: Dibujando con GeoGebra, construcciones útiles para maestros y maestras”* (Blanco y Sandoval, 2010). Este trabajo-taller pone a disposición de otros profesores estrategias que pretender dinamizar las clases e innovar en ellas y en sus evaluaciones. Utilizan el programa GeoGebra y proponen actividades en las que los alumnos trabajen con conceptos de Geometría dibujando diferentes figuras (“casita”, cometas, banderas, etc.) que impliquen creatividad y uso de ingenio. Además proponen también el uso paralelo de otros programas como Paint, Photoshop o similares, muy utilizados en Educación Plástica y Visual.

En el camino de indagación sobre la aplicación del programa de geometría dinámica GeoGebra en Dibujo, he encontrado también otros recursos que, a pesar de no tratarse de publicaciones ni estudios de investigación, merecen la mayor consideración para el tipo de trabajo que estoy realizando.

El hallazgo ha consistido en materiales que profesores “generosos” han ido colgando en la red. Algunos, probablemente movidos por el intento de mejorar la calidad de su enseñanza, y con el desconocimiento de programas de Geometría dinámica, han preparado material didáctico utilizando otros medios informáticos.

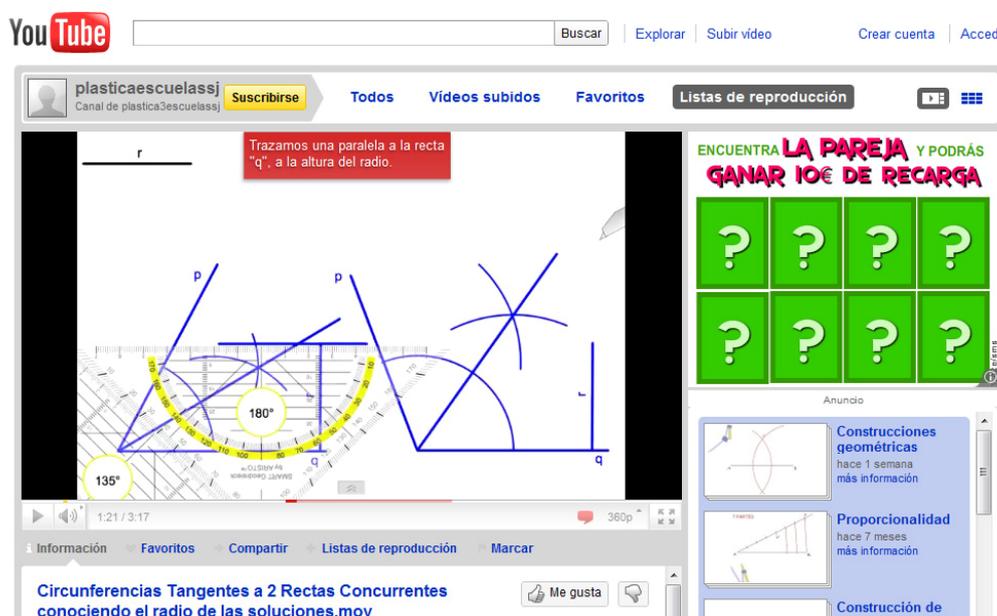
Este es el caso de Aitor Echevarría, profesor de Dibujo en Ermua, que en su “*canal de aitoreche*” de YouTube, tiene a disposición numerosos vídeos tutoriales de distintas construcciones geométricas. Aquí se ve un claro intento de representar a los alumnos construcciones más limpias, atractivas y rigurosas que lo que puede proporcionar una pizarra y unas tizas:



Uno de los aspectos negativos que yo veo en el programa que utiliza, es que no es exacto en cuanto al rigor constructivo geométrico, traza rectas y utiliza alguna herramienta como el compás, pero el resto de construcciones es aproximado, según sea la calidad del dibujante. Tampoco se permite mover las construcciones manteniendo propiedades como ocurre con los programas de

geometría dinámica, pero a pesar de todo, es un clarísimo adelanto con respecto a la metodología tradicional y un intento muy positivo de utilizar las NNTT y sus recursos en el aula.

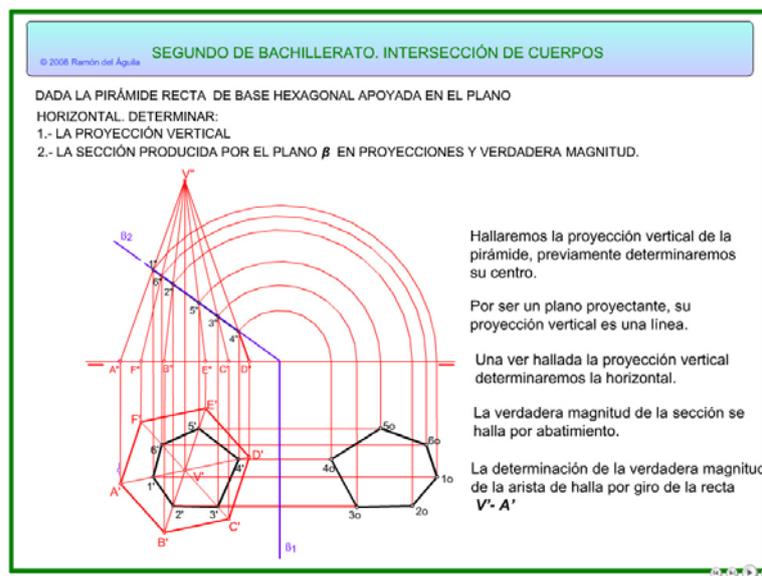
Del mismo modo, y utilizando un programa informático similar al “SMART Notebook” para pizarra interactiva, Mavi Esparza, profesora de Dibujo de Valencia, tiene colgados numerosos videos tutoriales en su “*canal plasticaescuelassj*” de YouTube, donde explica distintas construcciones geométricas. Es otro intento muy claro de utilización de las TIC en el aula y una forma de intentar mejorar la calidad de las representaciones sustituyendo la pizarra tradicional por la interactiva con ayuda del ordenador:



Ayudada de funciones disponibles en el programa, como la escuadra, el transportador de ángulos o el compás, se está logrando mayor rigor en las construcciones, aspecto que el caso anterior omitía. Estas herramientas son semejantes a las utilizadas de modo manual pero con la limpieza y precisión que permite el ordenador. En este modelo, la desventaja principal se encuentra en la falta de dinamismo de las construcciones finales, donde se podrían generalizar propiedades geométricas sin necesidad de tener que redibujar casos con otras medidas.

Otro profesor, Ramón del Águila, en su “*Portal de Dibujo Técnico*”, pone a disposición de profesores y alumnos material curricular que ha ido creando

en su vida profesional. Entre todo lo que ofrece, es destacable el material interactivo:



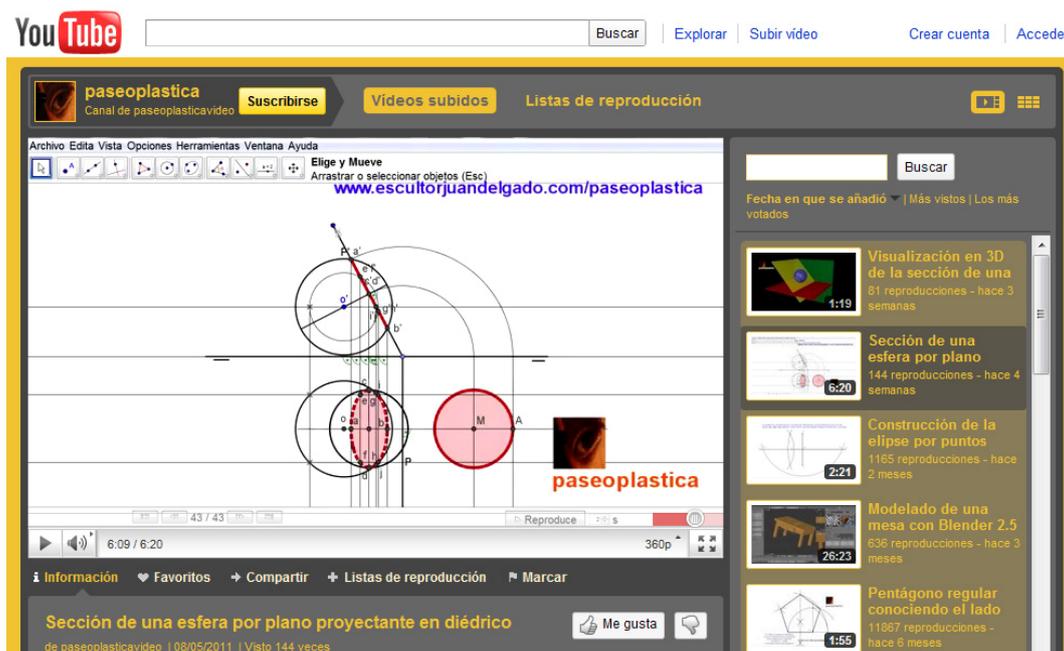
A simple vista resulta difícil distinguir el programa que utiliza en sus dibujos, pero parece quedar claro que la exactitud y el rigor están presentes en las construcciones. Ante la duda, me he puesto en contacto con él y me ha contado cómo lo hace: Utiliza el Autocad para realizar los dibujos, después los exporta a PowerPoint, ahí les da animación seleccionando cada una de las entidades y finaliza convirtiendo el fichero de PowerPoint a formato Flash mediante un programa llamado Pointe Cast. El sistema es bueno, pero falta la característica propia de los programas de Geometría dinámica que tan importante es para el aprendizaje de los alumnos: el dinamismo y la manipulación.

Hasta aquí se ha visto una utilización de las TIC, que permiten al docente mejorar la calidad en la enseñanza del Dibujo, pero estos programas han dejado fuera al alumno y a su participación en el proceso de aprendizaje.

Aprovechando las posibilidades que ofrece GeoGebra fuera del aula como material web, y en beneficio para la realización de este trabajo, también he encontrado algunos profesores punteros en este nuevo campo de aplicación de la geometría dinámica en las materias de Dibujo. Este es el caso de tres profesores; dos de secundaria (Juan Delgado y Luis Pérez) y uno de

universidad (Francisco Pérez). Los tres se caracterizan por utilizar GeoGebra en sus aulas y fuera de ellas.

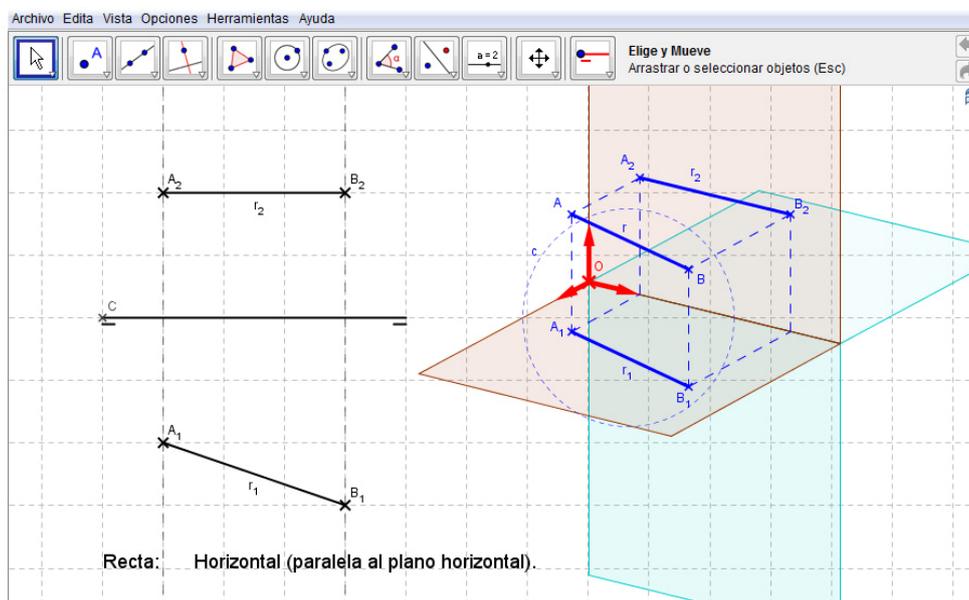
Juan Delgado, profesor en Sevilla, al igual que los dos profesores de dibujo que he comentado anteriormente, tiene un canal de YouTube, “*canal de paseoplastica*”, donde facilita material didáctico creado con el programa GeoGebra y señala en cada construcción el dinamismo de las figuras construidas:



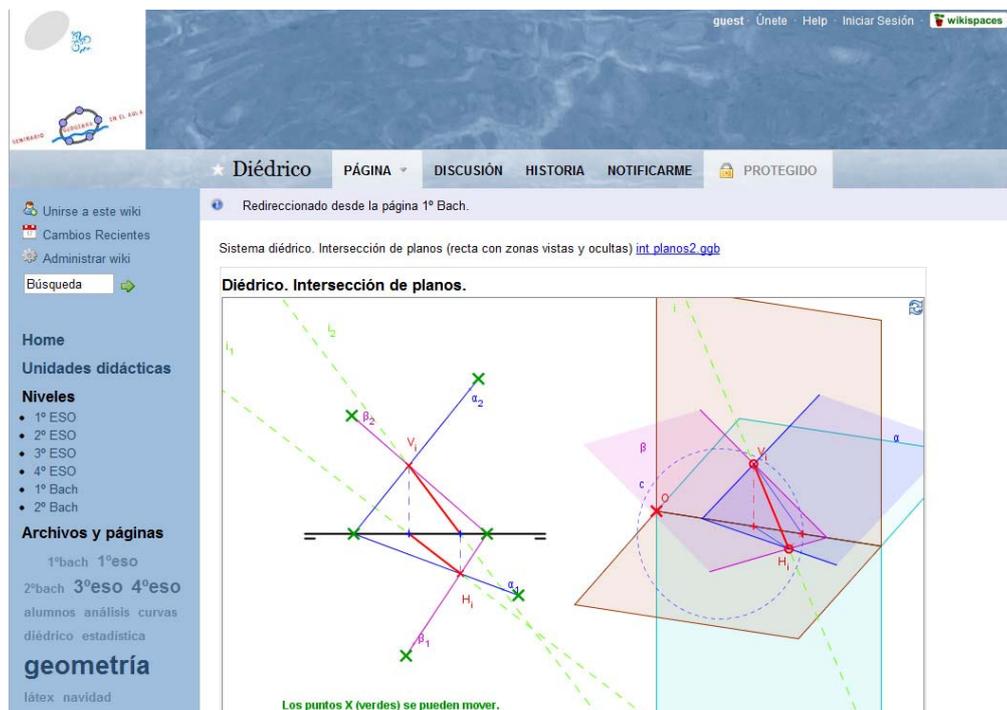
Además, ha impartido el curso “*Creación de recursos didácticos con GeoGebra*” para profesores de Secundaria y Bachillerato en el Centro de Profesorado (CEP) de Castilleja de la Cuesta en Sevilla, donde señala la utilidad del programa, para otras enseñanzas que no son las matemáticas relacionadas con la Geometría, tales como Dibujo Técnico, Tecnología, Física o Educación Plástica y Visual.

Luis Pérez, profesor en Madrid, además de contar con un Blog personal donde coloca material a utilizar para sus clases, destaca por el entusiasmo que le lleva a participar en distintas Jornadas y Conferencias, difundiendo el uso de GeoGebra en la materia de Dibujo. En la ponencia del Día de GeoGebra del 2010 “*Dibujo Técnico. Visualización de puntos y rectas en sistema diédrico y axonométrico*”, muestra cómo se pueden crear con GeoGebra dos espacios de trabajo que se puedan relacionar y utilizar. En la zona de la izquierda plantea el

sistema diédrico y en la derecha plantea el sistema axonométrico con tres ejes perpendiculares. Consigue mover de manera simultánea ambos espacios para poder tener una mejor visualización y comprensión del sistema diédrico:



También participa de forma habitual en el “Seminario de GeoGebra en el aula”, donde los participantes trabajan de forma colaborativa en el proyecto de geogebra en el aula:



“///

Jornadas de Integración TIC de la Enseñanza” organizado por el Centro

Regional de Innovación y Formación “Las Acacias”. Su ponencia ha consistido en crear un Taller aplicando GeoGebra en el Dibujo, poniendo en práctica aspectos geométricos planteando ejercicios a 3 niveles según sea la dificultad con el manejo del programa (básico, intermedio e intermedio plus).

AulaVirtual > itic2011 > Foros > Foro sobre el taller "Geogebra Dibujo" > Bienvenidos.

Mostrar respuestas anidadas

Luis Pérez Vega

Hola a todos los que estáis interesados en este taller.  
Me gustaría comentaros el trabajo que he preparado para esta experiencia que será fundamentalmente práctico y dedicado a la geometría.  
Como no dispongo de datos sobre vuestros intereses he planteado ejercicios a tres niveles:

1. Nivel básico. Para quienes no conozcan el manejo del programa.
2. Nivel intermedio. Trabajar con deslizadores y lugares geométricos.
3. Nivel intermedio plus. Trabajar con herramientas propias.

Si tienes intención de participar en el taller y estas interesado en algún tema específico puedes comentarlo en este foro para llevar algún material preparado.

Si no conoces el programa, dejo una presentación para que veas alguna de sus característica.

Nos vemos el viernes.

Luis Pérez.

**Geogebra. Dibujo. IntroTaller iTIC 2011**

Hasta ahora hemos visto profesores de secundaria interesados en demostrar que se pueden hacer bien las cosas, que están comprometidos con la enseñanza y con su formación continua, y que si se trabaja, se pueden cambiar poco a poco aspectos importantes en el sistema educativo.

Desde otro punto de vista, pero siempre con el mismo interés de mejorar la calidad en la Enseñanza de Dibujo, Francisco Pérez Arribas, trabaja con GeoGebra en la materia que imparte en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales de la Universidad Politécnica de Madrid. En la jornada del “*Día de GeoGebra del 2010*”, en la que participó Pérez Vega, Pérez Arribas presentó la ponencia “*GeoGebra en la Universidad. Dibujo Técnico*”. En ella comenta sus inicios en el año 2007 utilizando construcciones hechas por él en clases habituales como complemento de explicaciones tradicionales. Posteriormente hace públicos esos materiales en una Web:



**DIBUJO TÉCNICO**

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales  
Universidad Politécnica de Madrid



OBJETOS APRENDIZAJE

TEMARIO

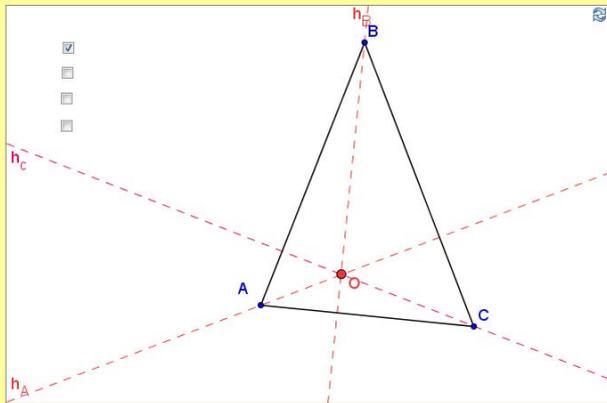
- ▶ Tema 1. Conceptos básicos
- ▶ Tema 2. Triángulos
  - 2.1 Propiedades triángulos
  - 2.2 Elem. fundamentales
  - 2.3 Área y C. Gravedad
  - 2.4 Teorema de Pitágoras
  - 2.5 Excentros
  - 2.6 Puntos ortocéntricos
  - 2.7 Tri. Ortico y complementario
  - 2.8 Segm. y circunf. Euler
  - 2.9 Teorema de Feuerbach
  - 2.10 Triángulos podales
  - 2.11 Rectas de Simson
  - 2.12 Puntos de Brocard
  - 2.13 Teorema de Ceva
  - 2.14 Teorema de Menelao
  - 2.15 Punto de Fermat
  - 2.16 Triángulo de Morley
  - 2.16 Teorema de Napoleón
  - 2.18 Teorema del pivote
  - 2.19 Triángulo de Reuleaux
  - 2.20 Motor Wankel
- Test de teoría
- Test de problemas
- ▶ Tema 3. Cuadriláteros y polígonos
- ▶ Tema 4. Circunf. y tangencias
- ▶ Tema 5. Transformaciones
- ▶ Tema 6. Inversión
- ▶ Tema 7. Cónicas

OTROS DATOS

### Elementos y puntos fundamentales de un triángulo

En este punto veremos puntos característicos de un triángulo, como su [ortocentro](#), [baricentro](#), [incentro](#) y [circuncentro](#).

En la siguiente animación, activa los casilleros correspondientes para ver alturas, medianas, bisectrices y mediatrices del triángulo ABC



Las 3 **alturas** de un triángulo son las perpendiculares a los lados desde los vértices opuestos. Se nombrarán con la letra **h** y el subíndice correspondiente a cada lado. Las tres alturas se cortan en un mismo punto, el **Ortocentro** (O).

En la ponencia justifica el uso de GeoGebra en la web para aprovechar mejor las características del software.

La justificación que plantea Pérez Arribas, ha sido común a todos los profesores que utilizan este programa. A continuación, en el próximo apartado, expondré las metodologías que proponen y observaremos de qué modo utilizan dos herramientas complementarias para la didáctica de sus materias: GeoGebra y web o plataformas educativas. En ambos casos, aunque en espacios y tiempos diferentes, se utiliza como fundamento, el programa de Geometría dinámica GeoGebra.

## 4 ALGUNAS PROPUESTAS METODOLÓGICAS

Puesto que llevar a la práctica el uso de GeoGebra en las aulas de Dibujo y poder analizar los resultados me va a resultar imposible en este trabajo, describiré a continuación metodologías llevadas a cabo por algunos profesores y las conclusiones que han sacado de estas experiencias.

### 4.1 Planteamiento inicial

Aunque desconozco los motivos por los que cada uno de los profesores han decidido comenzar a utilizar GeoGebra en sus clases de Dibujo, transcribiré a continuación las cuestiones iniciales que plantea Torres Buitrago en su Tesis Doctoral *“Aplicación de la metodología interactiva del dibujo técnico en la enseñanza secundaria con el programa Cabri 2D- 3D”* a las que intenta dar respuesta con su investigación.

Pienso que este planteamiento inicial del uso de Cabri, podría ser similar al de GeoGebra, y también creo que de algún modo el resto de profesores han podido cuestionarse preguntas similares a las que él señala en su Tesis:

- ¿Cómo integrar adecuadamente el programa “Cabri 2D-3D” (en el resto de casos GeoGebra) para mejorar la enseñanza?
- ¿Cómo presentar al profesorado la validez y la necesidad de cambiar la metodología actual?
- ¿Sería conveniente un planteamiento de refuerzo de la enseñanza tradicional, sólo en algunos temas o ejercicios, o deberíamos cambiar todo?
- ¿Cómo combinaremos eficazmente el uso de la regla y el compás en el proceso de aprendizaje?
- ¿Cuál podrá ser la selección de contenidos más adecuada para conseguir un interfaz intuitivo, natural y motivador, adecuado a cada programa?
- ¿Cómo utilizar estos programas para potenciar el trabajo cooperativo?

- ¿Cómo podemos enseñar en los centros con estos recursos, si estamos acostumbrados como ya se ha comentado antes “a hacer siempre lo mismo” es decir, a no cambiar nada?
- ¿Cómo podemos los profesores, elaborar material didáctico con tecnología con los recursos e infraestructura de que disponemos?
- ¿Debe o puede la Administración Educativa suministrar y actualizar los recursos informáticos existentes en los centros, así como ofrecer una formación permanente y actualizada de los mismos?
- ¿Contempla estas cuestiones el plan de formación del profesorado?

## **4.2 Rafael Torres Buitrago**

### **4.2.1 Metodología**

Continuando con lo que expone en su Tesis, y con el fin de conseguir en los alumnos un aprendizaje significativo, Torres Buitrago considera de gran importancia que los materiales didácticos reúnan al menos los tres requisitos siguientes:

- Presentar los objetivos de forma clara y concreta.
- Transmitir información adecuada al nivel del alumno: Los materiales tienen que ofrecer unos contenidos adaptados a las características del alumno y a sus conocimientos previos.
- Servir de apoyo explícito a los procesos de aprendizaje.

Antes de aplicar la metodología utilizando un programa de geometría dinámica, entrega una serie de material a los alumnos que ayudará en el proceso de desarrollo (guía básica, apuntes en formato Word de los temas, ejercicios resueltos, macros, índice de páginas web relacionadas, programas y utilidades).

Torres Buitrago parte de la programación del Departamento de Artes Plásticas del Instituto donde lleva a cabo la investigación, y de ahí toma las asignaturas de Dibujo Técnico de 1º y de 2º de Bachillerato, cursos a los que pertenecen los alumnos con los que trabaja.

Una vez analizados los contenidos de cada bloque y con el fin de facilitar la eficacia de la comprensión de los objetivos planteados, organiza las actividades de manera que quede claro cuál es el papel del profesor (Organizar-Facilitar-Dinamizar-Aportar visión global y ejemplos-Evaluar-Sacar conclusiones) y cuál del alumno (Planificar y repartir las tareas en el grupo- Participar activamente-Trabajar en grupo-Reflexionar sobre el trabajo-Autoevaluarse). De esta manera en todo momento de la actividad el alumno tiene que tener claro qué está haciendo, por qué lo hace, para qué lo hace y para qué sirve.

Para llevar a cabo la experiencia comenta que es recomendable que los alumnos tengan un nivel básico de conocimientos informáticos, suficiente para manejar programas como Cabri o GeoGebra, que son intuitivos y fáciles. No es necesario que tengan conocimientos previos de Dibujo Técnico, aunque sí un par de semanas de adaptación al nuevo entorno de trabajo. Señala también cuál es el papel del profesor en este particular proceso de enseñanza. Según él, el profesor toma el rol de “inductor del alumno”.

En este punto es interesante conocer las pautas generales que aconseja González López en *“La gestión de la clase de Geometría utilizando sistemas de Geometría dinámica”*. Ahí se marcan algunas actuaciones posibles del profesor en clases en las que se establece como marco metodológico el uso de un sistema de geometría dinámica (SGD).

Torres Buitrago comienza su trabajo con la adaptación de ejercicios que lleven a la comprensión de elementos fundamentales del Dibujo Técnico. Para conseguir un ritmo homogéneo dentro del grupo, primero constata las posibles dificultades que le ayudarán a realizar las oportunas correcciones. Emplea un proyector donde expone el tema, orienta a los alumnos sobre el funcionamiento del nuevo medio de trabajo y presenta las herramientas del programa que pueden necesitar para las construcciones que tienen que llevar a cabo.

El proceso que desarrolla en la dinámica de su investigación sigue la siguiente estructura:

1. Se forman pequeños grupos de trabajo (2 alumnos) a los que se les propone trabajar en equipo para la resolución de un problema. La ejecución de una tarea científica colectiva suele ser mejor que la individual, porque la actuación conjunta de todos los miembros del grupo, permite estructurar mejor las actividades y evitar el desánimo, porque es más fácil encontrar estrategias de resolución en grupo.
2. El profesor presenta un esquema para resolver el problema planteado. En esta enseñanza se trata de desarrollar destrezas dirigidas a la elaboración de estrategias destinadas a la resolución de problemas. Para facilitar la labor del profesor en el aula, se ha procurado secuenciar las actividades según sus niveles de dificultad para que, al menos alguna de ellas, esté al alcance de todos alumnos.
3. Se resuelven los problemas planteados y se analizan los resultados.
4. Los resultados obtenidos se presentan a los compañeros en clase, describiendo el planteamiento del problema y el modo en que se ha obtenido la solución. Esta enseñanza pretende la reestructuración de la estructura mental del alumno, quien ha de adaptarla a los nuevos objetos de aprendizaje.
5. En el análisis de resultados se prueban también las soluciones que se dan.

Esta metodología de trabajo, caracterizada por utilizar la aplicación de un programa de Geometría dinámica dentro del aula, se complementa con el uso de una plataforma interactiva. Torres Buitrago dice que, con este proceso de enseñanza el trabajo del alumno adquiere un mayor compromiso, existe una interacción con la Web y se cambia el sistema tradicional de relación entre profesor y alumno. En definitiva, el alumno toma el control de su propio aprendizaje pasando el profesor a ser el conductor, ahora no solo dentro del aula sino en todo momento del proceso, produciéndose una ruptura de las barreras espacio-temporales.

#### 4.2.2 Valoración

Para la valoración y el control del proceso seguido en la investigación metodológica, Torres Buitrago se basa en los siguientes indicadores: valoración de los profesores, valoración de los alumnos, autoevaluaciones, exámenes, cuestionarios y valoración de seguimiento. Establece también una comparativa entre la metodología de una clase tradicional y la propuesta.

Como conclusiones generales, apunta que la investigación realizada cumple el objetivo inicial que él había planteado: “intentar mejorar la calidad de la enseñanza del Dibujo Técnico”, ayudando a los alumnos a desarrollar la capacidad espacial y el razonamiento abstracto con un aprendizaje no memorístico, aportando una nueva metodología educativa que optimiza los recursos existentes.

A la vista de los resultados obtenidos con el empleo de procesadores geométricos y el espacio interactivo, valora de manera muy positiva la utilización de los mismos y la eficacia para conseguir los objetivos planteados en la asignatura.

Para concluir afirma que la experiencia docente ha sido muy completa y satisfactoria puesto que ha podido verificar y valorar los logros alcanzados con la metodología empleada, frente a la tradicional.

### 4.3 Francisco Pérez Arribas

#### 4.3.1 Metodología

En la ponencia expuesta en el “*Día de GeoGebra*” de septiembre de 2010, Pérez Arribas explica de qué modo utiliza GeoGebra en sus aulas en la Universidad.

Partiendo de un análisis personal previo del tipo de alumnado que ha tenido en su vida profesional, Pérez Arribas es consciente de la diferencia de nivel de conocimientos previos y las ganas de aprender con que llegan los distintos alumnos. A partir de ahí, intenta buscar una estrategia para mejorar la calidad de su enseñanza y es donde comienza su camino con GeoGebra.

Comienza utilizando construcciones hechas con GeoGebra en sus clases habituales, proyectando a modo de figuras dinámicas, complementando las explicaciones tradicionales.

Más adelante y como complemento, decide hacer públicos estos materiales y crea una web, de manera que quien crea conveniente, acceda a esta información a modo de libro de texto dinámico. Con la disponibilidad actual de ordenadores en préstamo (se está hablando de la Universidad) y conexiones wifi, se hace posible llevar este libro interactivo a las propias aulas.

Además, hay otro tema que le preocupa, la asistencia a clase. Por unos motivos o por otros, cada vez hay menos alumnos que cursan la asignatura de manera presencial. La web que ha creado, permite que la enseñanza pueda llegar a diferentes alumnos (con distintos niveles previos de bachillerato, alumnos repetidores que quieran seguir la asignatura a su ritmo, etc.).

Mediante el uso de la web, se pueden aprovechar mejor las características de GeoGebra, los pasos pueden ser repetidos una y otra vez hasta entender la construcción y además se pueden estudiar distintos casos variando la posición de elementos del dibujo.

Cuenta con distintos apartados, contenidos, construcciones, ejercicios, test de evaluación, etc. De este modo, los alumnos pueden verificar su aprendizaje y prepararse de forma autónoma y adecuada, suministrándose las herramientas convenientes para el proceso.

Me he comunicado con él mediante correo electrónico y a partir de un cuestionario que he preparado que adjunto en el Anexo, he podido ser partícipe de la metodología que emplea habitualmente.

Como bien expuso en su ponencia, la web la utiliza como complemento y ayuda para distintos alumnos que no puedan acudir a sus clases, pero en su día a día, usa de manera conjunta el proyector con construcciones de GeoGebra y la pizarra. Lo hace así, porque dice que a veces al alumno le resulta demasiado difícil seguir la explicación con GeoGebra, puesto que la construcción es más rápida y la atención debe ser mucho mayor.

Además, la posibilidad del uso de ordenadores en clase, hace que puedan trabajar con el dinamismo de las figuras, aspecto que es mucho más beneficioso para el aprendizaje según él ha comprobado.

En cuanto a la posibilidad de realizar de ejercicios en clase, diferencia entre las asignaturas que él imparte y el número de alumnos que está matriculado en cada una. Comenta que con asignatura troncal (100 alumnos) es imposible llevar a cabo esta metodología, sin embargo, con la optativa (15 alumnos) ellos pueden dibujar mientras él supervisa.

Lo que deja claro es que la metodología utilizando GeoGebra varía según el número de alumnos que asiste a las clases, por eso da tanta importancia a la web que ha creado.

#### 4.3.2 Valoración

Aunque no se ha realizado un estudio de investigación como el desarrollado en la Tesis de Torres Buitrago, a la vista de las respuestas del cuestionario (Anexo), sus percepciones acerca del uso del programa coinciden.

Pérez Arribas afirma que ha comprobado que el uso de GeoGebra potencia el aprendizaje activo y el descubrimiento por parte del alumno. Los contenidos mucho más visuales que con un programa convencional de dibujo, y sobre todo dinámicos (moviendo de objetos), facilitan la capacidad de comprensión, la asimilación y sobre todo la memorización.

También puntualiza que a pesar de existir programas más potentes de dibujo a nivel universitario (supongo que se refiere al Autocad), opina que GeoGebra es el mejor como herramienta didáctica para conseguir que los alumnos comprendan conceptos. No cree que el fin de la asignatura sea que los alumnos sepan manejar programas de características complejas.

Comenta que a pesar del poco apoyo de las instituciones, ser un buen profesor se consigue a nivel personal, que hay que trabajar mucho para preparar material con esta metodología, pero que los resultados están ahí, y

merece la pena. Ha observado que el nivel académico, el interés por la asignatura y la motivación han subido.

Por otro lado, y al igual que hacía Torres Buitrago, utiliza en su metodología una plataforma virtual como complemento a sus clases, aspecto que es relevante, puesto que aprovecha una de las ventajas que proporciona este programa de Geometría Dinámica.

#### **4.4 Luis Pérez Vega**

##### **4.4.1 Metodología**

También he podido también constatar, comunicación vía e-mail, el tipo de metodología que emplea Luis Pérez Vega en sus clases.

Según ha reflejado en el cuestionario enviado (ver Anexo), utiliza GeoGebra en el aula como complemento de las explicaciones. Justifica este uso diciendo que las enriquece de manera muy efectiva, por ser muy visual y por ser dinámico; ayudando notablemente a la comprensión de los conceptos. También explica que los alumnos la utilizan en el aula de informática para realizar algunos trabajos.

En cuanto a su uso, subraya el aprovechamiento de este recurso desde lugares fuera del aula. Este profesor publica la mayoría de las construcciones que utiliza en clase en una página web para que los alumnos puedan revisar los contenidos en sus casas y así puedan mejorar la comprensión de los conceptos. También ha habilitado una wiki para una asignatura optativa (Expresión y Representación Gráfica) donde permite a los alumnos participar publicando sus trabajos.

En su opinión y según su experiencia, las limitaciones con respecto a la asignatura de Dibujo Técnico de Bachillerato son casi inexistentes (señala un 10%), aunque en otras asignaturas como Educación Plástica y Visual, ve con dificultad su aplicación, solo la ve posible para casos aislados donde se introduce de algún modo la Geometría.

Su implantación en el aula ha ido incrementándose según ha ido comprobando su funcionalidad.

#### 4.4.2 Valoración

Peréz Vega opina que el uso de GeoGebra resulta ventajoso, ya que le permite elaborar las unidades didácticas de manera totalmente personalizada ayudando a que los alumnos sigan la explicación dentro del aula y pueden repasarla una vez fuera (se vuelve a hacer mención de una plataforma virtual). Su objetivo es eliminar el libro de texto y sustituirlo por material propio elaborado a lo largo de los años.

Con el tiempo que lleva aplicando GeoGebra ha constatado que los resultados académicos han mejorado gracias a la mejor comprensividad de los conceptos.

Su experiencia le dice que trabajar con GeoGebra es muy enriquecedor, tanto para el profesor como para los alumnos. Este uso y su efectividad se hacen posibles si el centro en el que se da esta metodología apoya de manera curricular y disponiendo de equipamiento necesario.

También piensa que hay desconocimiento de la existencia de este programa, y que debería darse algún tipo de formación desde de las Administraciones Educativas, ayudando así a difundir sus ventajas.

## 5 CONCLUSIONES

En las metodologías utilizadas por estos profesores, se ven varias similitudes y pequeñas diferencias.

Todos ellos coinciden en el potencial de GeoGebra como herramienta didáctica dentro del aula, utilizada como apoyo a explicaciones en la pizarra, como fin en sí mismo de la exposición magistral, o como herramienta al servicio del alumno que realiza sus propias construcciones.

Otro aspecto muy importante y común a todos ellos es la utilización de recursos de GeoGebra fuera del aula. Esto se hace posible gracias al desarrollo tecnológico en el que nos encontramos inmersos. Se han creado nuevos entornos de trabajo interactivos multimedia, que parecen aportar beneficios con su utilización en la enseñanza.

La combinación de estos dos espacios hace posible la utilización de nuevos recursos didácticos y estrategias de enseñanza-aprendizaje que permiten una mejora en las competencias de los alumnos, con la adquisición de aprendizajes significativos potenciando el mayor éxito escolar.

Las metodologías empleadas por los profesores de secundaria que se han señalado, parecen haber fusionado estas dos herramientas de manera automática. La ventaja que ofrece GeoGebra de exportar ficheros .html hace que el uso de las plataformas interactivas sea casi una propiedad intrínseca del programa, siendo difícil distinguir las mejoras que ofrece el programa en sí mismo durante el proceso de enseñanza y las mejoras que ofrece el uso de las web.

Lo que parece quedar claro en todo este proceso es que, como dicen Torres Buitrago, Pérez Arribas y Murillo en sus trabajos, existen claras ventajas en utilizar esta nueva posibilidad fuera del aula con webs o plataformas:

- Se da pie a un aprendizaje independiente y flexible: El alumno puede acceder a la información en el momento que vea conveniente adaptando esta posibilidad a su forma de trabajo, ofreciendo de este modo flexibilidad

en tiempo, forma y ritmo. Serán más los alumnos que sigan con normalidad las clases, incluso podrán seguir o repasar la clase desde otros lugares, aumentando así el tiempo de estudio y su rendimiento.

- Existe una comunicación bidireccional: La posibilidad de participar en plataformas o blogs, hace que existe la misma comunicación que se da en el sistema de enseñanza-aprendizaje habitual dentro del aula.

En los casos de Torres Buitrago y Pérez Vega, se observa una mayor interacción entre profesor-alumno dentro del aula, indispensable para el desarrollo del aprendizaje significativo. Aquí GeoGebra se experimenta y manipula, haciendo posible una comunicación bilateral, donde se puede corregir y orientar en el desarrollo de las construcciones efectuadas. Este sistema sería parecido al seguido por Pérez Arribas con los alumnos de la Optativa.

Es obvio descartar este sistema de trabajo en la asignatura troncal de la Universidad, puesto que el número de alumnos no hace posible el seguimiento individual por el profesor. Para esta situación, en la que la asistencia a clase no es obligatoria, la creación de una web donde se ponen a disposición todos los materiales, es totalmente acertada. De alguna manera, GeoGebra se utiliza como “sustituto” del profesor, aprovechando la función de protocolo de construcción y la posibilidad de manipulación que permite el programa. De modo similar ocurre con lo publicado por Pérez Vega en la web de la asignatura, aunque en este caso pretende ser complemento y recordatorio de lo vivido en el aula.

Como lo que estoy estudiando es la aplicación de GeoGebra en las aulas de Dibujo de secundaria, me centraré en los aspectos que tengan interés en este período. Lo que he podido observar en todas las metodologías aplicadas y desde las valoraciones que han hecho los propios profesores, es que utilizar GeoGebra proporciona numerosas ventajas, tanto para el alumnado como para el profesorado. De todo lo visto se puede extraer lo siguiente. SE producen:

- Ventajas para el alumnado:
-

- ✓ La sencillez del interfaz del programa permite que su uso sea idóneo incluso para los primeros cursos de secundaria.
- ✓ El nuevo sistema de trabajo aumenta el interés de los alumnos por el Dibujo Técnico, por lo que su motivación es mayor que en el sistema tradicional.
- ✓ El entorno de aprendizaje estimula la actividad, la iniciativa y el esfuerzo entre todos los alumnos, a pesar de la diversidad existente.
- ✓ La comprensión de las construcciones es mayor puesto que los dibujos están dibujados sin distorsiones ni errores en un entorno mucho más atractivo, incluso lúdico.
- ✓ Promueve el autodescubrimiento: Una propiedad del programa GeoGebra es que las relaciones entre las partes que forman una construcción se mantienen con el desplazamiento de uno de los elementos primarios sobre los que se ha dibujado la misma. Si una propiedad geométrica se mantiene durante el desplazamiento, esta propiedad es válida en general para todas las figuras similares a la representada. Comprobando ésto en los resultados de una construcción, se puede ver la coherencia, y así valorar los resultados obtenidos. Éste hecho permite al estudiante convertirse en protagonista de su aprendizaje, deja de ser un observador pasivo.
- ✓ Tienen la oportunidad de repetir construcciones de ejercicios ya explicados gracias al protocolo de construcción. Para alumnos “tímidos” y con diferentes niveles de aprendizaje es una herramienta muy útil. También hace posible recuperar contenidos de clases a las que no se ha asistido.
- ✓ El alumno con problemas de destreza manual no termina con apuntes confusos e imprecisos, sin explicación escrita ni orden del proceso, todo eso se supera con las construcciones hechas en GeoGebra.
- ✓ La posibilidad que ofrece el programa de exportar a página web, permite al alumno acceder a un nuevo entorno de trabajo creado por el profesor donde puede manipular construcciones o comunicarse con él,

mejorando así el compromiso con su trabajo y la relación esfuerzo-resultados en su aprendizaje.

– Ventajas para el profesorado:

- ✓ Se optimiza el tiempo en el aula. Si se llevan preparadas las construcciones que se pretenden explicar, se puede dedicar más tiempo a trabajar en clase, bien con GeoGebra o con lápiz y papel. Como el programa permite plasmar dibujos con mayor rapidez, se hace posible terminar la programación tan extensa existente en el currículo.
- ✓ Las ventajas de las NNTT y en particular la configuración del programa, permite al profesorado crear nuevas funciones o macros, las cuales le ayudan a personalizar los contenidos de cada archivo o construcción, contribuyendo a la actualización de la metodología didáctica.
- ✓ El hecho de poder repetir la visualización de las construcciones y la optimización del tiempo conseguido, hacen posible la atención a la diversidad según distintos niveles de aprendizaje o de trabajo. El programa ayuda en esta labor de repetición.
- ✓ Permite mostrar distintas posibilidades y cambiar medidas en una misma construcción manteniendo propiedades, sin necesidad de repetir construcciones, como ocurre en el sistema tradicional.
- ✓ Facilita la precisión en el trazado reduciendo el tiempo empleado en pizarra tradicional, y evita que confusiones en el dibujo arrastren errores en la construcción realizada.
- ✓ Facilita la simultaneidad de explicación y dibujo.
- ✓ Permite detectar errores en ejercicios realizados por el alumnado de manera inmediata, gracias al protocolo de construcción.
- ✓ La posibilidad que ofrece el programa de exportar a página web, permite al profesorado emplear plataformas educativas con material didáctico para los alumnos favoreciendo su seguimiento, del mismo modo que le permite disponer de materiales de calidad importante creados por otros usuarios.

Aunque todo parecen ventajas, es importante señalar que de los 4 profesores que exponen su metodología, ninguno emplea el 100% de sus clases utilizando GeoGebra. Esto lo quiero resaltar, porque estoy de acuerdo en que programas de este tipo son muy útiles para la enseñanza, pero creo que tampoco hay que olvidar el aspecto manual. La destreza, el encaje, la habilidad, la limpieza, la utilización de los instrumentos de dibujo (escuadra, regla, compás, etc.), el esfuerzo, etc., son elementos básicos en la enseñanza del Dibujo Técnico. Los ordenadores y sus aplicaciones tienen que ser herramientas de apoyo para la enseñanza, no un fin en sí mismas. Además, como alguno de ellos ha señalado, seguir una explicación completa con una construcción hecha con GGeoGebra implica una mayor atención y concentración con la posterior fatiga que esto conlleva.

Tampoco debemos olvidar otro aspecto que se deriva de la utilización del programa GeoGebra, y en general de cualquier programa de Geometría dinámica: Implica al profesorado invertir mucho tiempo. Tanto en su formación para estar al día de su actividad profesional, como para la preparación y elaboración de materiales. Por eso es necesario compartirlos en portales como InterGeo, pero actualmente, aún existe poco material didáctico de calidad en la materia de Dibujo.

Algunos profesores, como los que he tenido el gusto de conocer en el desarrollo de este trabajo, contribuyen con su tiempo y esfuerzo a mejorar la enseñanza de la materia de Dibujo introduciendo este tipo de programas en sus aulas. Otros utilizan otros métodos con el mismo fin, y otros muchos se han acomodado en posiciones ya arcaicas, esperando que los alumnos que reciben cada año les molesten lo menos posible.

Aunque este último grupo es grande, no se debe generalizar ni pensar que todos los profesores tienen desinterés o no les preocupa mejorar la enseñanza. Lo que yo creo, es que no se utilizan programas interactivos de dibujo porque son desconocidos para un gran número de profesores. Los que emplean estos medios son pocos y lo que sería necesario es que la

administración educativa, en la formación inicial del profesorado, realizara un esfuerzo para “renovar” y actualizar el currículo.

Este hecho hace necesario propuestas de mejora. Para poder desarrollar en el aula una metodología innovadora, como han sido las expuestas, se necesitan unas buenas condiciones de trabajo. Sería conveniente presentar proyectos de mejora o de innovación en los centros, para poder obtener recursos necesarios. Independientemente del ámbito de aplicación (Educación Secundaria o Universitaria), se deberían tener en cuenta:

- Las condiciones de trabajo en los centros: Apoyo del equipo directivo de los centros, ordenadores suficientes para el número de alumnos, organización en las aulas de informática, comunidades virtuales de profesores, plataformas de seguimiento como Moodle, etc.
- La actitud del profesorado: Actitud positiva hacia la innovación e incorporación de las TIC, disposición a la formación y al desarrollo profesional, coordinación, etc.
- La planificación de las actividades: desarrollando una programación completa adaptada a esta metodología. Se podría pensar en desarrollar herramientas, contenidos y ejercicios tanto para la enseñanza presencial en el aula como para la de fuera, utilizando web o plataformas varias con este fin.

De todos estos aspectos, considero que la actitud del profesorado es fundamental. Sin ella no es posible pensar en cambios, ni en proyectos, ni en mejoras. Las ganas de superarse, de ayudar y motivar al alumnado deberían ser el motor que introduzca estos cambios en la metodología actual. Deberíamos pensar en el fin de la Educación.

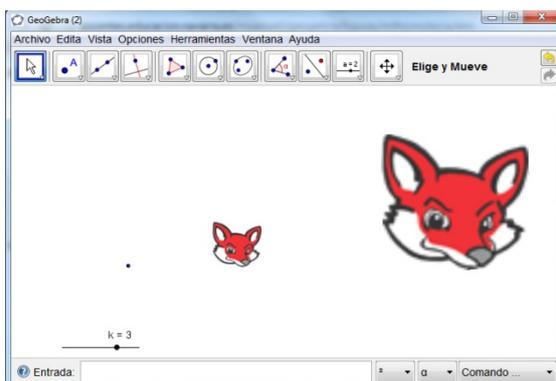
### **5.1 Ejemplos ilustrativos**

Para materializar y visualizar algunas de las aplicaciones y propiedades didácticas que proporciona GeoGebra, y mostrar así algunos de los materiales que profesores nombrados en este trabajo han puesto a disposición en sus webs, blogs, tutoriales, etc., adjunto algunas construcciones, que demuestran

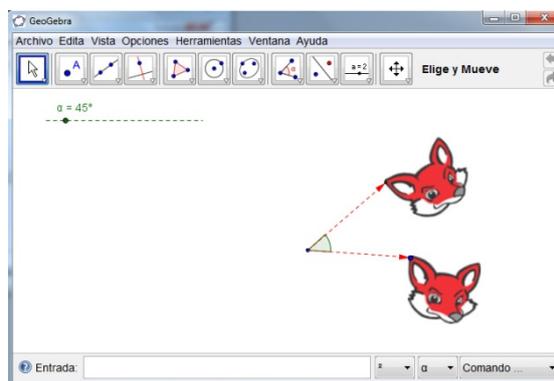
la posibilidad de uso para distintos niveles de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, tanto en la Educación Plástica y Visual como en el Dibujo Técnico.

Estos son algunos ejemplos:

- **Transformaciones geométricas:** Contenido que se encuentra en el Bloque 2, Experimentación y descubrimiento del primer curso de la ESO en Educación Plástica y Visual. (Decreto 57/2007, de 10 de mayo. Cantabria).



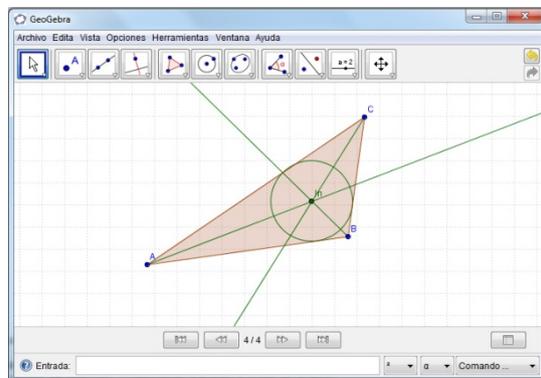
Homotecia (Manuel Sada Allo)



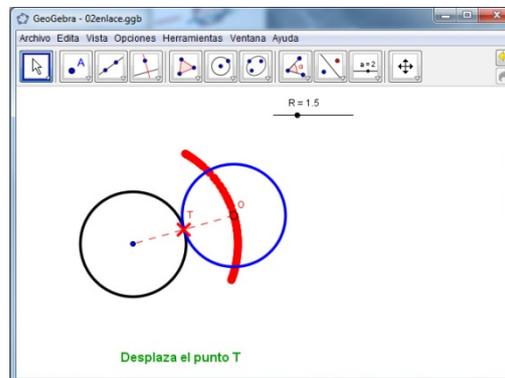
Giro (Manuel Sada Allo)

Se ponen en juego, de manera atractiva visualmente, conceptos geométricos apoyados en herramientas del programa como la inserción de imágenes, los deslizadores, la manipulación moviendo figuras, etc.

- **Representación de las formas geométricas:** Contenido que se encuentra en el Bloque 2. Experimentación y descubrimiento del tercer curso de la ESO en Educación Plástica y Visual. (Decreto 57/2007, de 10 de mayo. Cantabria).



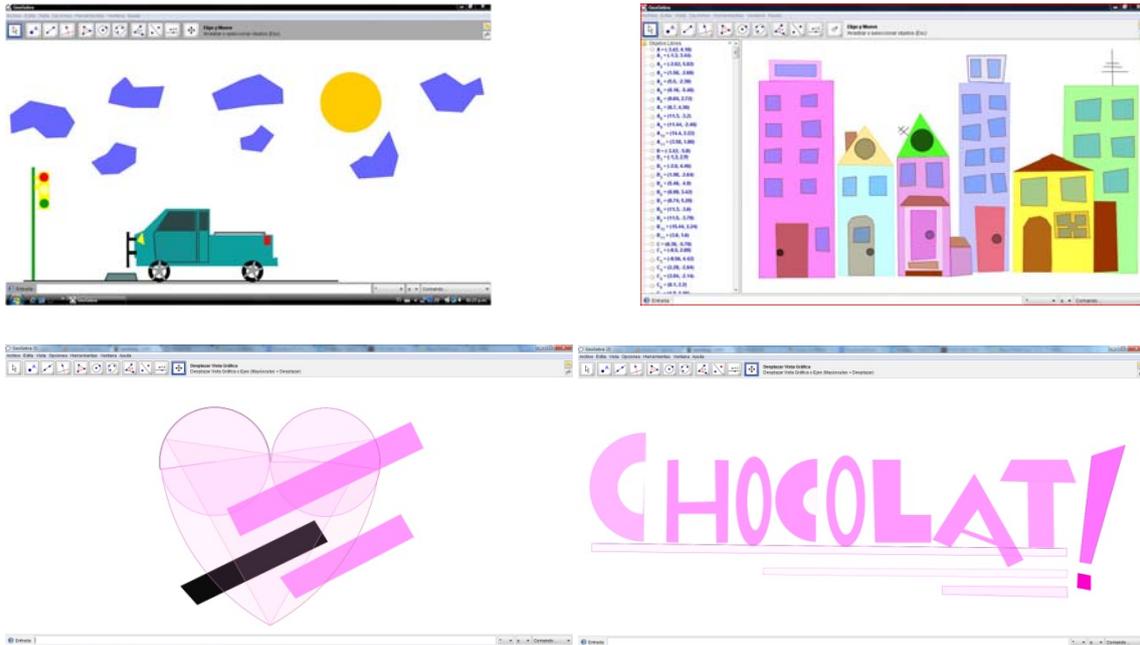
Bisectrices e incentro (Manuel Sada Allo)



Tangencias (Luis Pérez Vega)

Ejemplo de las posibilidades que permite el programa en cuanto a manipulación, creación de rastros, inserción de textos, protocolos de construcción, etc.

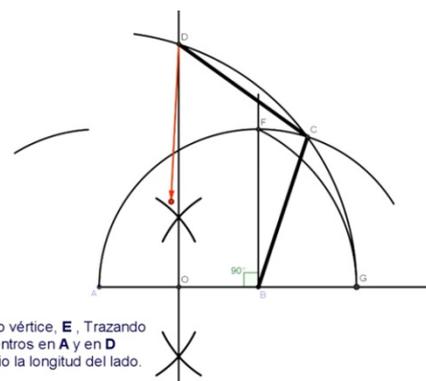
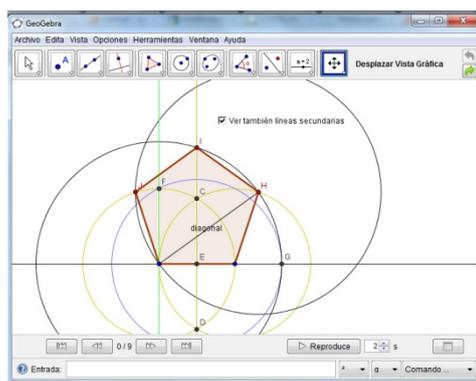
- **Expresión y Representación Gráfica:** Desarrollado en distintos bloques de la Educación Plástica y visual a lo largo de los cursos de la ESO. (Decreto 57/2007, de 10 de mayo. Cantabria).



*Trabajos de alumnos de Luis Pérez Vega*

Aunque no sea la finalidad de GeoGebra, también puede ser utilizado para desarrollar la expresividad y la creatividad de los alumnos.

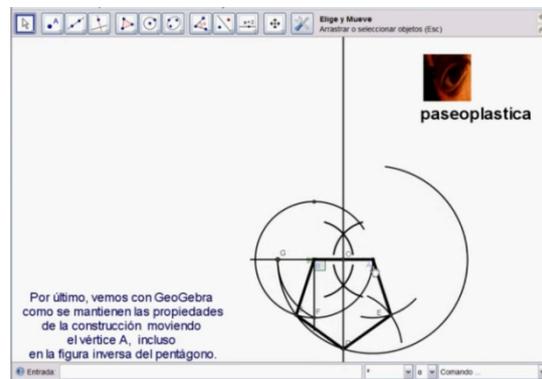
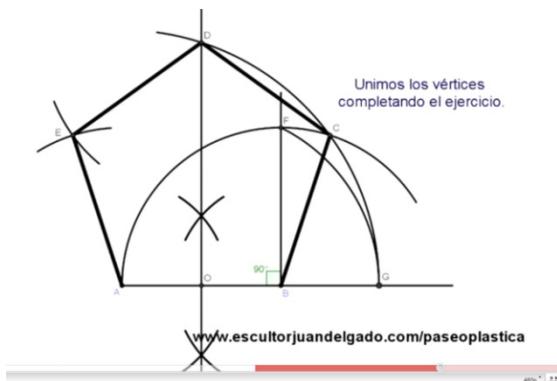
- **Polígonos. Propiedades y construcciones.** Contenido que se encuentra en el apartado 2, trazado geométrico de la materia Dibujo Técnico I del primer curso de Bachillerato. (Decreto 74/2008, de 31 de julio. Cantabria).



Hallamos el último vértice **E**. Trazando arcos con centros en **A** y en **D** tomando por radio la longitud del lado.

(Manuel Sada Allo)

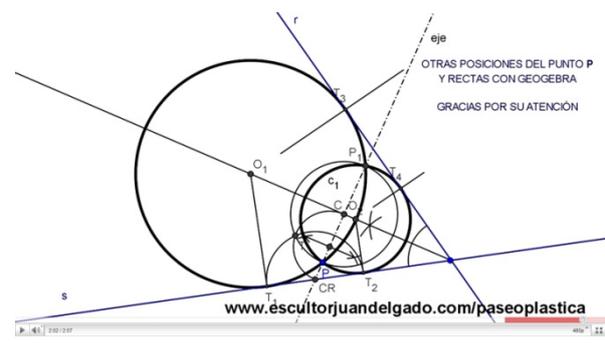
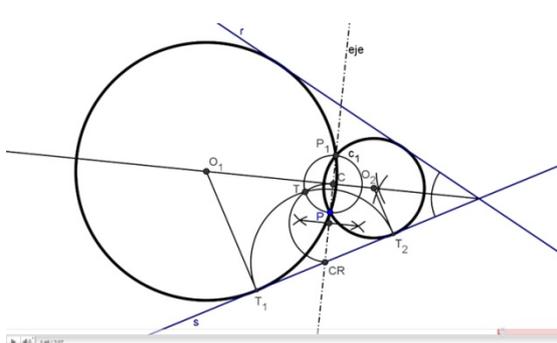
(Juan Delgado Martín-Prat)



Construcción de un pentágono dado el lado (Juan Delgado Martín-Prat)

Con este ejemplo se ven las distintas opciones que da el programa, desde la explicación del ejercicio con el protocolo de construcción de la primera figura, hasta la posibilidad de realizar videos tutoriales con la utilización de editores de vídeo como el “camtasia studio”, apoyados de herramientas de GeoGebra como inserción de texto, manipulación de objetos, etc., comprobando como se mantienen propiedades según muestra la última figura.

- **Curvas cónicas y técnicas. Tangencias.** Contenido que se encuentra en el apartado 2, trazado geométrico de la materia Dibujo Técnico I del primer curso de Bachillerato. (Decreto 74/2008, de 31 de julio. Cantabria).



Construcción de circunferencias tangentes a dos rectas pasando por un punto.  
(Juan Delgado Martín-Prat)

Igual que en el caso anterior, se construye el ejercicio del mismo modo que se haría en el sistema tradicional pero aprovechando las ventajas de

exactitud de trazado que ofrece el programa. Se utilizan además distintas herramientas para completar la explicación: circunferencia, punto, rectas, perpendiculares, texto, etc. Pero la ventaja principal que ofrece GeoGebra en estos casos, es que las propiedades del dibujo se mantienen desplazando los objetos, es decir se comprueban características gracias a la geometría dinámica.

- **La geometría en el arte:** Contenido que se encuentra en el apartado 1, Arte y Dibujo Técnico, de la materia Dibujo Técnico I del primer curso de Bachillerato. (Decreto 74/2008, de 31 de julio. Cantabria).

**Boticelli. 1485. El nacimiento de Venus. Florencia. Galería de los Uffizi**

Muestra a la diosa desnuda sobre una concha que flota sobre las aguas de un mar verdoso. A la derecha la Tierra (o la Primavera) corre con una ligera túnica a arrojarse a Venus. A la izquierda, enlazados en un abrazo, aparecen las representaciones de Céfito y Cloris, cuyo rápido vuelo arranca rosas. Céfito es el viento del Oeste, que raptó a la ninfa Cloris y después se enamoró de ella. Se casaron con lo que ascendió a diosa Flora, señora perpetua de las flores

La proporción aquí es 9/12/16. Venus parece encontrarse en el centro, pero está ligeramente desviada hacia nuestra derecha. A pesar de eso es una composición equilibrada. El desplazamiento de Venus es el apropiado para transmitir una sensación de movimiento desde un punto de partida central.

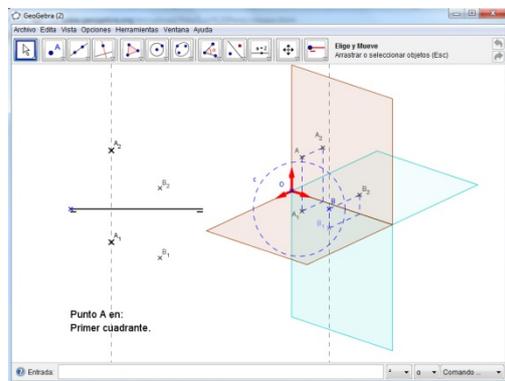
- (1) Se marcan las divisiones 9/12/16 y algunas otras que utilizaremos más tarde. Esto se hace tanto en el lado inferior como en el izquierdo. En los lados opuestos se hace al contrario.
- (2) Los triángulos verdes tienen los vértices superiores en 4 y 12, no son isósceles.
- (3) Los segmentos que parten del 9 superior marcan la inclinación de los personajes de la obra
- (4) La recta horizontal que va de C10 a B6 señala la línea del horizonte y pasa por el ombligo de Venus.
- (5) Se trazan dos diagonales que parten desde B4 y C12 y se dirigen a los vértices inferiores.
- (6) Nuevas diagonales, algunas de ellas trazadas desde A4 y A9.

*(Para ver la secuencia hay que pulsar los interruptores de la derecha)*

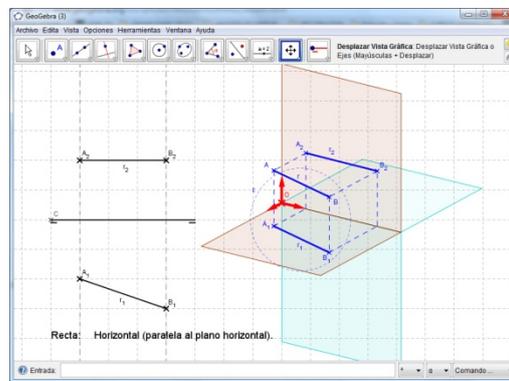
*El nacimiento de Venus. Botticelli, 1485. (José Antonio Mora)*

A la capacidad de este tipo de software para generar figuras en movimiento y diseños interactivos, se amplía la posibilidad de colocar una imagen en la pantalla de dibujo para estudiarla, marcar líneas y polígonos, trazar paralelas y perpendiculares, medir y realizar transformaciones para observar pautas, simetrías y relaciones. Hay cantidad de obras de arte analizadas con este programa en la web de José Antonio Mora: <http://jmora7.com/Arte/arte.htm>.

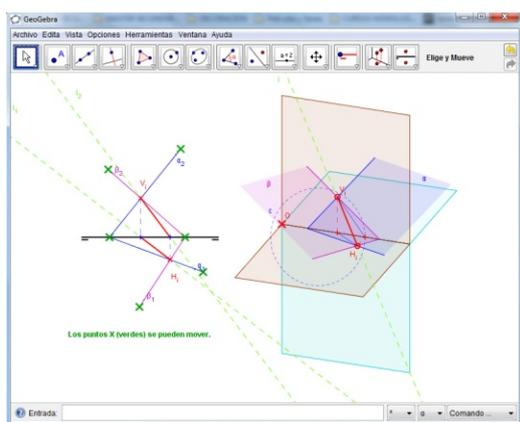
- **Sistema diédrico:** Contenido que se encuentra en el apartado 2, sistemas de representación, de la materia Dibujo Técnico II del segundo curso de Bachillerato. (Decreto 74/2008, de 31 de julio. Cantabria).



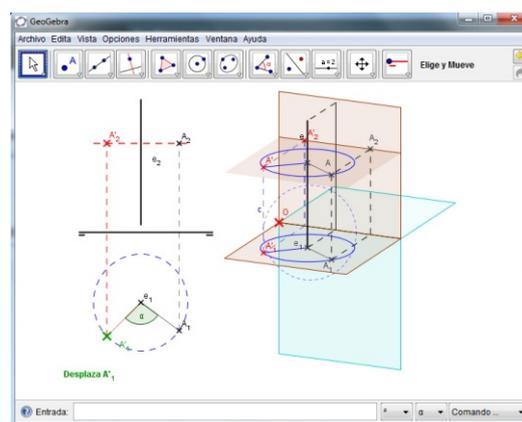
*Alfabeto del punto (Luis Pérez Vega)*



*Alfabeto de la recta (Luis Pérez Vega)*



*Intersección de planos (Luis Pérez Vega)*



*Giro de plano (Luis Pérez Vega)*

La posibilidad de crear nuevas herramientas (macros) con el programa GeoGebra (“línea de tierra”, “cuadrantes”, “vectores unitarios”, “perpendicular a LT por A”, “proyecciones axonométricas de A”, “proyecciones diédricas de B”, etc.), hace posible la explicación de nuevos conceptos del sistema diédrico, apoyados en la visualización de tres dimensiones que aporta el sistema axonométrico. Al manipular las proyecciones diédricas o cualquiera de los elementos del lado de la izquierda, se observa su posición con respecto a los cuadrantes de la representación de la derecha.

- **Sistema diédrico. Representación de formas de revolución. Obtención de intersecciones con planos:** Contenido que se encuentra en el



## 6 ANEXO

He enviado por correo electrónico el cuestionario que transcribo a continuación, a 3 profesores que utilizan GeoGebra en la enseñanza de la materia de Dibujo. Estos son:

- Pérez Arribas, Francisco. Al añadir su respuesta lo denominaré (F).
- Pérez Vega, Luis. Al añadir su respuesta lo denominaré (L).
- Delgado Martín-Prat, Juan. No he recibido respuesta del cuestionario.

---

<i>CUESTIONES PLANTEADAS SOBRE EL USO DE GEOGEBRA EN DIBUJO</i>
---

*A continuación se plantean una serie de preguntas con el objetivo de evaluar la eficiencia del uso del programa GeoGebra en la materia de Dibujo. Esta encuesta formará parte de un trabajo que estudia la utilización de GeoGebra como herramienta didáctica aplicada al Dibujo. El fin es conocer cuál es la metodología adoptada por profesores de esta materia y conocer su valoración desde la propia experiencia. Esto me ayudará a valorar y confirmar la posibilidad de formación en este programa para mi futura labor de docente.*

**1. ¿Cómo es la metodología adoptada en el aula con el uso de GeoGebra? ¿Implica un cambio total? ¿Es un refuerzo de la enseñanza tradicional? ¿Ambas cosas? ¿Cómo se puede llevar a cabo?**

*(F): En mi caso es un poco distinto, porque con más de 100 alumnos solamente utilizo Geogebra para exponer en clase y ellos pueden manipular las construcciones a partir de la web. No obstante durante mis clases siempre mezclo la pizarra clásica con el proyector, porque la web exige una mayor velocidad de atención que la pizarra.*

**(L):** *La utilización del programa en el aula es fundamentalmente como complemento para las explicaciones ya que las enriquece de manera muy efectiva, uno por ser muy visual y dos por ser dinámico; esto ayuda notablemente a la comprensión de los conceptos.*

*Los alumnos también la utilizan en el aula de informática para realizar algunos trabajos.*

## **2. ¿Por qué se ha adoptado esta metodología?**

**(F):** *En mi caso opté por Geogebra porque permite al alumno no venir a clase (puede que te choque pero en la Universidad las clases pueden estar muy masificadas) y porque se retienen mucho más con una construcción dinámica que con una figura estática.*

**(L):** *La implantación de esta metodología en mis clases ha ido progresando a medida que contrastaba su funcionalidad.*

## **3. ¿Se utiliza GeoGebra solo en el aula, o se trabaja de algún modo hacia el exterior? (web, correo electrónico, plataforma moodle, blog...)**

**(F):** *En mi caso los alumnos no trabajan con Geogebra en su casa. En una asignatura optativa en la que solamente tengo 15 alumnos frente a los más de 100 de la asignatura troncal, los alumnos dibujan en el centro de cálculo con Geogebra y yo supervisó las construcciones ordenador por ordenador.*

**(L):** *En mi caso, publico la mayoría de las construcciones que utilizo en clase en una página web para que los alumnos puedan revisar los contenidos en sus casas.*

*Para la asignatura Expresión y Representación Gráfica (3º ESO) he habilitado una wiki donde los alumnos publican sus propios trabajos.*

**4. ¿Tiene GeoGebra limitaciones en alguna parte del Currículo?**

**(F):** Geogebra no tiene la potencia de alguno de los programas que se utilizan en la etapa universitaria pero es una buena introducción a los conceptos que manejan esos programas. Esta misión es que aprendan conceptos y que los tengan claros, no que sepan utilizar programas como cajas negras y Geogebra es una buena herramienta.

**(L):** Para la asignatura de Educación Plástica y Visual (en cualquiera de sus cursos de la ESO) evidentemente sí. Todo aquello que no tiene relación directa con la geometría se queda fuera de las posibilidades que conozco del GeoGebra.

En la asignatura de Dibujo Técnico (Bachillerato), prácticamente se puede explicar en un 90%.

**5. ¿El centro donde trabaja apoya esta innovación? ¿De qué modo?**

**(F):** La verdad es que no, pero uno tiene que estar contento con los materiales que realiza, y mientras a los alumnos les guste...

**(L):** Por supuesto. El centro dispone de aulas de informática y aulas con PDI. Por otra parte, como dotación del Departamento disponemos de portátiles con proyector de vídeo.

**6. ¿Cree que el sistema educativo facilita la formación del profesorado en programas de estas características?**

**(F):** A nivel universitario, no demasiado. Ser un (buen) profesor es un tema muy personal.

**(L):** Hay muy poca formación en este tipo de programas. No obstante durante este curso he podido impartir un curso online de GeoGebra enfocado para Dibujo que organizó el CRIF Las Acacias.

**7. ¿Se observan resultados (académicos o personales) adoptando esta metodología en la enseñanza?**

*(F): Las calificaciones en la parte de geometría han mejorado desde que utilizo la web y no apuntes estáticos. Curiosamente, la asistencia a mis clases no ha disminuido como yo esperaba.*

*(L): Los resultados académicos han mejorado ya que a los alumnos les resulta más fácil la comprensión de los conceptos explicados.*

**8. Ventajas e inconvenientes de utilizar GeoGebra en la materia de Dibujo (para el profesor y para el alumno).**

*(F): Geogebra requiere muchísimo tiempo, muchísimo tiempo, muchísimo tiempo (no es una errata), en la elaboración de buenos materiales. En mi caso los alumnos no elaboran materiales con Geogebra, pero a ellos les lleva mucho menos tiempo asimilar contenidos con Geogebra (ya que pueden manipular y entender visualmente), que leyendo una figura y su explicación.*

*(L): Como profesor me resulta sumamente ventajoso la utilización del programa ya que me permite elaborar las unidades didácticas de manera personalizada y a los alumnos seguir y repasar lo que vemos en el aula.*

*Mi propósito es eliminar el libro de texto y sustituirlo por material propio; poco a poco he ido haciendo construcciones y una vez testadas en el aula pasan a ser medianamente definitivas.*

**9. Propuestas para ayudar a conocer la existencia del programa entre profesores de Dibujo y así difundir su aplicación en la materia.**

**(F):** Yo por ejemplo voy a dar cursos en el Instituto de Ciencias de la Educación de mi Universidad. Me imagino que mediante publicidad en los cursos de formación a profesores se puede mejorar el alcance.

**(L):** Creo que una opción sería la realización de cursos para profesores por parte de la administración educativa. Comentar a los compañeros la existencia del programa y de sus ventajas.

#### **10. Valoración personal acerca de la experiencia al trabajar con el programa.**

**(F):** Mi experiencia personal ha sido muy buena, porque la verdad es que no ha habido prácticamente ninguna construcción de la que no haya aprendido alguna cosa nueva. Puede parecer un tópico, pero me ha ayudado también bastante en los aspectos de investigación, que un profesor universitario tiene que realizar. Además los alumnos dicen que es “guay”

**(L):** Muy enriquecedora; tanto por la comodidad que supone al presentar los contenidos en el aula como por la facilidad en la comprensión por parte de los alumnos.

## 7 BIBLIOGRAFÍA:

### 7.1 Tesis Doctorales:

- LARA TEMIÑO, A. 2004. “Utilización del ordenador para el desarrollo de la visión espacial”. N. Martínez Díez (dir.). Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid. Disponible en: <http://www.ucm.es/BUCM/tesis/bba/ucm-t28129.pdf>
- MURILLO RAMÓN, J. 2000. “Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la Geometría en la E.S.O.” J. M. Fortuny Aymemi (dir.). Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona. Disponible en: <http://www.tdx.cat/handle/10803/4686>
- SÁNCHEZ BAUTISTA, J.M. 1996. “El ordenador en la didáctica del Dibujo Técnico”. R. Gimenez Morel (dir.). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en: <http://www.riunet.upv.es/handle/10251/5427>
- TORRES BUITRAGO, R. 2009. “Aplicación de la Metodología interactiva del Dibujo Técnico en la Enseñanza Secundaria con el Programa Cabri 2D-3D”. R. Gimenez Morel (dir.). Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en: <http://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/7028/>

### 7.2 Trabajos publicados en revistas:

- COSTA, A.F. 2001. “Cinderella”. *La Gaceta de la RSME*, vol. 4, 1, pp. 273-278. ISSN.: 1138-8927. [Consulta: 3 de junio de 2011]. Disponible en: <http://www.rsme.es/gacetadigital/abrir.php?id=230>
- FORTUNY AYMEMI, J.M.; MURILLO RAMÓN, J.; MARTÍN OLARTE, J.F.; TREVIJANO CARPINTERO, D. 1999. “Un modelo de diseño interactivo como soporte y ampliación instruccional en la enseñanza de la Geometría en la E.S.O.” *Contextos Educativos*, 2, pp. 27-51. Disponible en: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=201054>
- FORTUNY AYMEMI, J.M.; IRANZO, N. 2009. “La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del

- alumnado”. *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 27, 3, pp. 433-446. ISSN 0212-4521. [Consulta: 19 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://ensciencias.uab.es/revistes/27-3/433-446.pdf>
- LOSADA LISTE, R. 2007. “GeoGebra: la eficiencia de la intuición”. *La Gaceta de la RSME*, 10.1, pp. 223-239. ISSN.: 1138-8927. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.rsme.es/gacetadigital/abrir.php?id=619>
- MORA SÁNCHEZ, J.A. 1997. “De la calle al ordenador”. *Aula de innovación educativa*, 58, pp. 20-21. ISSN 1131-995X. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/96calleg.PDF>
- MORANTE, A.; VALLEJO, J.A. 2011. “Software libre para el estudio de sistemas dinámicos”. *La Gaceta de la RSME*, 14, pp. 111-132. ISSN.: 1138-8927. [Consulta: 28 de febrero de 2011]. Disponible en: <http://www.rsme.es/gacetadigital/vernumero.php?id=81>
- REAL PEREZ, M. 2009. “La potencia de las TIC para el cálculo simbólico”. *Suma +*, 61, pp. 55-61. ISSN 1130-488X. [Consulta: 28 de febrero de 2011]. Disponible en: [http://www.revistasuma.es/index.php?option=com\\_content&view=category&layout=blog&id=30&Itemid=32](http://www.revistasuma.es/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=30&Itemid=32)
- RUIZ LLAMAS, G.; SAHAGÚN SOTO, L. 2003. “Problemas del diseño en la era de la digitalización”. *Arte, individuo y sociedad*, 15, pp. 11-21. [Consulta: 28 de febrero de 2011]. Disponible en: <http://www.ucm.es/BUCM/revistas/bba/11315598/articulos/ARIS0303110011A.PDF>

### 7.3 Otros trabajos y ponencias:

- ALONSO RODRIGUEZ, J.A.; TRONCOSO SARACHO, J.C.; PÉREZ COTA, M.; MOREIRA VICTOR, J.A. 2005. “GEOMETRICIDAD: Entorno asistido para el proceso enseñanza/aprendizaje en Expresión Gráfica”. *Texto de la ponencia presentada en el VII Simposio Internacional de Informática educativa – SIIIE05*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: [http://www.rsme.es/gacetadigital/vernumero.php?id=81](#)

- <http://www.niee.ufrgs.br/eventos/SIIE/2005/PDFs/Comunica%E7%F5es/c63-Rodriguez.pdf>
- BARROSO CAMPOS, R. 2004. Estado actual de la investigación sobre el “Estudio sobre la influencia del Software de Geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas”. *Texto de la ponencia presentada en la reunión del Grupo durante el VIII simposio de la SEIEM*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/Barroso04b.pdf>
  - BLANCO BENAMBURG, R.; SANDOVAL POVEDA, A. M. 2010. “Taller: Dibujando con GeoGebra, construcciones útiles para maestros y maestras”. *Ponencia presentada en el VII Festival Internacional de Matemática*. [Consulta: 6 de junio de 2011]. Disponible en: <http://www.cientec.or.cr/matematica/2010/ponenciasVI-VII/GeoGebra-Blanco-Sandoval.pdf>
  - BARROSO CAMPOS, R.; GAVILÁN IZQUIERDO, J.M. “GeoGebra como Instrumento de la Práctica del Profesor”. *Didáctica de las matemáticas. Universidad de Sevilla*. [Consulta: 6 de junio de 2011]. Disponible en: <http://personal.us.es/rbarroso/Pruebas/COM1GEOGEBRAENLAPRACTICA DELPROFESOR.pdf>
  - CORIAT, M. 1999. “Investigación en educación geométrica, ciertas cuestiones pendientes.” *Actas del III SEIEM (pp. 59-68)*. *Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM*. [Consulta: 6 de junio de 2011]. Disponible en: [http://funes.uniandes.edu.co/1448/1/Coriat1999Investigacion\\_SEIEM\\_59.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1448/1/Coriat1999Investigacion_SEIEM_59.pdf)
  - DELGADO MARTÍN-PRAT, J. 2011. “Creación de recursos didácticos con GeoGebra”. Curso formativo para docentes de Educación Secundaria Obligatoria impartido en el CEP de Castilleja de la Cuesta, Sevilla. Disponible en: [https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portalseneca/web/cep/consulta-actividades-formativas#DetActForPub.jsp?X\\_EDIACTFOR=79713](https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portalseneca/web/cep/consulta-actividades-formativas#DetActForPub.jsp?X_EDIACTFOR=79713)

- 
- FIORAVANTI VILLANUEVA, M.A.; RECIO MUÑIZ, T. 2010. “The Intergeo Project”. *Congreso TIME 2010* en la Universidad de Málaga. [Consulta: 15 de junio de 2011]. Disponible en: <http://www.time2010.uma.es/Proceedings/>
  - GONZÁLEZ LÓPEZ. M. J. 2001. “Gestión de la Clase de Geometría Utilizando Sistemas de Geometría Dinámica” en las “conclusiones” del Capítulo 19 publicado en Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, pp. 277-290. Granada: Editorial Universidad de Granada. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/Gonzalez-LopezM01-2595.PDF>
  - GONZALEZ LÓPEZ, M.J.; POLO BLANCO, I.; RECIO MUÑIZ, T. 2009. “El proyecto Intergeo”. *Texto de la ponencia presentada en la reunión del Grupo durante el XIII Simposio de la SEIEM*. [Consulta: 3 de junio de 2011]. Disponible en: <http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/GonzalezPoloRecio09.pdf>
  - MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 1). “Cinderella”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/cinderella/>
  - MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 1). “Cabri Géomètre”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/cabri-geometre/>
  - MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 1). “Geometer’s Sketchpad”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/geometers-sketchpad/>
  - MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 8). “Regla y compás”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/regla-y-compas/>
  - MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 8). “Geogebra”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/geogebra/>
-

- MIRANDA MOLINA, R. (2005, agosto 9). “Comparación de procesadores geométricos”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 2 de abril de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/comparacion-de-procesadores-geometricos/>
- MIRANDA MOLINA, R. (2005, septiembre 19). “Geonext”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2005/09/geonext/>
- MIRANDA MOLINA, R. (2010, enero 15). “Carmetal 3.1”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2010/01/carmetal-3-1/>
- MIRANDA MOLINA, R. (2010, septiembre 9). “Geogebra 4 y 3D (Beta)”. *Geometría dinámica*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/2010/09/geogebra-4-y-3d-beta/>
- MORA SÁNCHEZ, J.A. 2007. “Geometría Dinámica en Secundaria”. [Consulta: 2 de abril de 2011]. Disponible en: <http://jmora7.com/miWeb8/Archiv/2007%20Granada%20JAMora.pdf>
- MURILLO RAMÓN, J. 1999. “Un entorno de aprendizaje para la enseñanza de la geometría en la ESO: actividades con Cabri”. *Actas del III SEIEM*, pp. 25-51. Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. [Consulta: 6 de junio de 2011]. Disponible en: [http://funes.uniandes.edu.co/1446/1/Murillo1999Un\\_SEIEM\\_25.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1446/1/Murillo1999Un_SEIEM_25.pdf)
- MURILLO RAMÓN, J. 2005. “Implementación del Software de Geometría dinámica en la enseñanza de la asignatura de Matemáticas y su didáctica”. *Universidad de Sevilla*. [Consulta: 31 de mayo de 2011]. Disponible en: <http://www.uv.es/aprenggeom/archivos2/Murillo05.pdf>
- PÉREZ ARRIBAS, F. 2010. “GeoGebra en la Universidad. Dibujo Técnico”. en el *Día de GeoGebra*, de 9 de septiembre de 2010 en la Hospedería de Fonseca, Salamanca, de 11:25-11:45.
- PÉREZ VEGA, L. 2010. “Dibujo Técnico. Visualización de puntos y rectas en sistema diédrico y axonométrico”. *Ponencia en el Día de GeoGebra*, de 9 de

- septiembre de 2010 en la Hospedería de Fonseca, Salamanca, de 11:50-12:10. Disponible en: <http://www.geogebra.org/en/upload/files/Luis%20Perez/dieaxo.html>
- PÉREZ VEGA, L. 2011. “GeoGebra. Dibujo”. Taller presentado durante las *III Jornadas de Integración de las TIC en la Enseñanza*, el 3 de Junio de 2011. CRIF “Las Acacias”. Madrid Disponible en: <http://formacion.enlinea.educa.madrid.org/itic11/> y <http://aulavirtual2.educa.madrid.org/mod/forum/discuss.php?d=30699>
  - SADA ALLO, M. 2010. “Algunas de las posibilidades didácticas de GeoGebra en las aulas”. Presentación durante la *II Jornadas Integración de las TIC en la Enseñanza*. CRIF “Las Acacias”. [Consulta: 21 de mayo de 2011]. Retransmisión en: <http://formacion.enlinea.educa.madrid.org/itic10/> y presentación disponible en: [http://prezi.com/dc2ya-rb\\_8s8/geogebra-en-las-aulas-madrid/](http://prezi.com/dc2ya-rb_8s8/geogebra-en-las-aulas-madrid/)

#### 7.4 Audiovisuales:

- DELGADO, MARTÍN-PRAT, J. 2007. “Vídeos sobre trazado geométrico en el canal de YOUTUBE en Canal de paseoplastica”. Disponible en: <http://www.escultorjuandelgado.com/paseoplastica/> y <http://www.youtube.com/user/paseoplasticavideo>
- ECHEVARRÍA, A. 2009. “Vídeos clases de Dibujo Técnico en Canal de aitoreche”. Disponible en: <http://www.youtube.com/user/aitoreche>
- ESPARZA PASTOR, M. 2010. “Canal de plastica3escuelassj”. . <http://www.youtube.com/user/plastica3escuelassj#p/p>

#### 7.5 Páginas web:

- ARRANZ SAN JOSÉ, J. M.; LOBO PARADIÑEIRO, M. C. Web “Curso de Geometría” con contenidos didácticos interactivos (Cabri). Disponible en: <http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/index.htm>

- 
- DEL ÁGUILA CORBARÁN, R. “Portal de Dibujo Técnico” que contiene material curricular virtual. Disponible en: [http://dibujo.ramondelaguila.com/?page\\_id=2](http://dibujo.ramondelaguila.com/?page_id=2)
  - GEOMETRÍA DINÁMICA. 2005. Web (Blog) orientada a la enseñanza de geometría y el uso de los procesadores geométricos, con distintas secciones. Disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/>
  - MORA SÁNCHEZ, J. A.; ARRANZ SAN JOSÉ, J. M.; SADA ALLO, M. Y LOSADA LISTE, RAFAEL. “Web española de geometría dinámica y matemáticas interactivas”. Disponible en: <http://geometriadinamica.es/>
  - SADA ALLO, M. Web con ejercicios interactivos contruidos con GeoGebra y enlaces diversos a otras web interactivas de matemáticas que utilizan GeoGebra (Rafael Losada, José Antonio Mora, José Manuel Arranz, Daniel Mentrard, etc.). Disponible en: <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm>
  - INSTITUTO GEOGEBRA CANTABRIA. Disponible en: <http://geogebra.es/>
  - MANUAL INTERACTIVO GEOGEBRA. Disponible en: [http://wiki.geogebra.org/es/Manual:P%C3%A1gina\\_Principal](http://wiki.geogebra.org/es/Manual:P%C3%A1gina_Principal)
  - PÉREZ ARRIBAS, F. “Web de la asignatura de Dibujo Técnico en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales”. Universidad Politécnica de Madrid: <http://dcain.etsin.upm.es/~geometria/>
  - PÉREZ VEGA, L. “Blog personal con material didáctico para asignaturas de Dibujo Técnico de Bachillerato y de Educación Plástica y Visual de la ESO”: Disponible en: <http://www.uno618.es/>
  - PROYECTO INTERGEO. “Geometría Interactiva e Interoperable para Europa”. Disponible en: <http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Main/>
  - SEMINARIO WIKI que sirve de herramienta para trabajar de forma colaborativa en el proyecto de GeoGebra en el aula: <http://geogeb Bramad.wikispaces.com/>

## 7.6 Programas de geometría dinámica:

- GROTHMANN, R. 2005. “*Regla y Compás (C.a.R)*”. Disponible en: [http://zirkel.sourceforge.net/doc\\_en/information.html](http://zirkel.sourceforge.net/doc_en/information.html) y <http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/>  
Sin instalación, disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/ryc/>
- HAKENHOLZ, E. 2006. “*C.a.R. Metal*”. Disponible en: [http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index\\_es.html](http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_es.html)  
Sin instalación, disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/carmetal/>
- HOHENWARTER, M. 2001. “*GeoGebra*”. Disponible en: <http://www.geogebra.org/cms/>  
Sin instalación, disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/geogebra/>
- Key curriculum press. “*The Geometer’s Sketchpad*”. Disponible en: <http://www.keypress.com/> y en <http://dynamicgeometry.com/>
- LABORDE, J. M.; BELLEMAIN, F. 2005. “*Cabri Géomètre II*”. Disponible en: <http://www.cabri.com/>
- RICHTER-GEBERT, J.; KORTENKAMP, U. “*Cinderella (gratis) y Cinderella. 2*”. Disponible en: <http://www.cinderella.de/tiki-index.php?page=Download+Cinderella+1.4&bl> y en <http://www.geometriadinamica.cl/2009/06/cinderella-gratuito/>
- Universität Vayreuth. “*Geonext*”. Disponible en: <http://geonext.uni-bayreuth.de/>  
Sin instalación, disponible en: <http://www.geometriadinamica.cl/geonext/>

## 7.7 Legislación:

- CANTABRIA. 2006. Orden EDU 5/2006, de 22 de febrero, por la que se regulan los Planes de Atención a la Diversidad y la Comisión para la elaboración y Seguimiento del Plan de Atención a la Diversidad en los centros educativos de la Comunidad Autónoma de Cantabria. *BOC* de 8 de marzo de 2006, 47, pp. 2775-2778.

- 
- CANTABRIA. 2007. Decreto 57/2007, de 10 de mayo, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *BOC*, 25 de mayo de 2007, 101, pp. 7495-7615. Disponible en: <http://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=116447>
  - CANTABRIA. 2008. Decreto 74/2008, de 31 de julio, por el que se establece el currículo de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria. *BOC*, 12 de agosto de 2008. 156, pp. 10943-11068. Disponible en: <http://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=137342>
  - CANTABRIA. 2008. Ley de Cantabria 6/2008, de 26 de diciembre, de Educación de Cantabria. *BOC*, 30 de diciembre de 2008, 251, pp. 17748-17776. Disponible en: <http://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=143905>
  - ESPAÑA. 2006. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo de Educación. *BOE*, 4 de mayo de 2006, 106, pp. 17158-17207. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>
  - ESPAÑA. 2007. Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. *BOE*, 5 de enero de 2007, 5, pp. 677-773. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
  - ESPAÑA. 2007. Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *BOE*, 6 de noviembre de 2007, 266, pp. 45381-45477. Disponible en: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/11/06/pdfs/A45381-45477.pdf>
-